МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
„КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

Інженерні методи дослідження систем керування-1.
Перехідні характеристик об’єктів і систем

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт
з дисципліни „Інженерні методи дослідження систем керування”,
для студентів напряму підготовки «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Рекомендовано Вченою радою інженерно-хімічного факультету

Київ
НТУУ «КПІ»
2015

Інженерні методи дослідження систем керування-1. Перехідні характеристик об’єктів і систем Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з дисципліни „Інженерні методи досліджень систем керування”, для студентів напряму підготовки «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / Уклад.: Ситніков О.В., 2015. – 30с.

Гриф надано Вченою радою ІХФ

(Протокол № від 2015р.)

Навчальне видання

ІНЖЕНЕРНІ МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕННЯ СИСТЕМ КЕРУВАННЯ-1.

ПЕРЕХІДНІ ХАРАКТЕРИСТИК ОБ’ЄКТІВ І СИСТЕМ

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт

з дисципліни „Інженерні методи дослідження систем керування”,

для студентів напряму підготовки «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології»

Укладачі: Ситніков Олексій Володимирович

Відповідальний редактор А.І.Жученко, д-р техн.наук, проф.

Рецензент : А.Р. Степанюк, к.т.н., доц.

Авторська редакція

Зміст

ВСТУП

Дослідження системи автоматичного керування неможливе без моделювання систем та візуального представлення результатів у вигляді графіків, годографів.

Коли не було можливості виводити результати на монітор, графіки, годографи будувалися вручну на міліметровому папері, що призводило до великої трати часу на оформлення одного результату.

З появою перших ЕОМ результат почав виводитись у вигляді текстових символів в окремих точках, що імітували графіки. Це не було досконалим, але дозволяло вирішити хоча б одну задачу - економія часу дослідника.

В наші часи задачі дослідження аналогових систем керування спрощені до мінімуму внаслідок наявності високошвидкісного комп'ютера. Всі результати (корені, графіки) виводяться на екран в лічені частки секунди.

Досліднику залишається тільки змінювати параметри настройки системи, параметри об'єкта керування.

Програми, написані на мові програмування Turbo Pascal, дозволяють повністю вирішувати поставлену вище задачу – швидке отримання графічного представлення результату – поведінки чи характеристики моделі системи керування.

Сучасна теорія автоматичного керування вивчається на новітніх програмних засобах, наприклад *MathCad* або *Mathlab*, але для задач цього курсу досить програм написаних на *Turbo Pascal*.

В даному посібнику розглянуто методичні вказівки до практичних робіт, які необхідні для ілюстрації матеріалу, що розглядається на лекціях.

Передбачено наступні практичні роботи: побудова перехідних та амплітудно – фазових характеристичних елементарних динамічних ланок та перехідні характеристи ланок із запізненням (лабораторна роботи №1, 2, 3);

побудова перехідних процесів замкненої системи (лабораторна робота №4); дослідження стійкості системи керування (лабораторна робота №5, 6, 7).

В додатку приведено опис інтерфейсу програми.

Програма *TarWpTau* необхідна для лабораторних робіт №1-7, що дозволяють використовувати даний посібник для самостійного опанування матеріалу.

Лабораторна робота №1

ПЕРЕХІДНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ДИНАМІЧНИХ ЛАНОК

Мета роботи: навчитись будувати перехідні характеристики за допомогою наведеної програми; визначити форму графіків перехідних характеристик елементарних динамічних ланок та її залежність від параметрів передаточної функції.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Передаточною функцією об'єкта називають відношення зображення за Лапласом вихідного сигналу ($y(t)$) до зображення за нульових початкових умов вхідного ($x(t)$) $W(p)=\dfrac{y(p)}{x(p)}$, де p – комплексна змінна.

До елементарних динамічних ланок належать:

1.Безінерційна, передаточна функція якої має вигляд

$$W(p)=k\,. \tag{1.1}$$

2. Інтегральна

$$W(p)=\frac{k}{p}. \tag{1.2}$$

3. Ідеальна диференціальна

$$W(p)=kp\,. \tag{1.3}$$

4. Реальна диференціальна

$$W(p)=k\frac{Tp}{Tp+1}\,. \tag{1.4}$$

5. Інтегро- диференціальна

$$W(p)=k\frac{\alpha Tp+1}{Tp+1}\,. \tag{1.5}$$

6. Аперіодична I-го порядку

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}. \tag{1.6}$$

7. Аперіодична II-го порядку

$$W(p) = \frac{k}{a_2 p^2 + a_1 p + 1}, \tag{1.7}$$

де $D = a_1^2 - 4a_2 \geq 0$.

8. Коливна

$$W(p) = \frac{k}{a_2 p^2 + a_1 p + 1}, \tag{1.8}$$

(де $D = a_1^2 - 4a_2 < 0$).

9. Консервативна

$$W(p) = \frac{k}{a_2 p^2 + 1}, \tag{1.9}$$

10. Чистого (транспортного) запізнювання

$$exp(-p\tau), \tag{1.10}$$

Перехідною характеристикою ланки (системи) *y(t)* є реакція ланки (системи) на одиничний ступінчатий сигнал 1(t) при нульових початкових умовах. Перехідна характеристика може бути визначена розв'язанням диференціального рівняння динаміки (1.6) звичайним чи операторним методом. Для визначення *y(t)* операторним методом треба домножити передатну функцію на зображення вхідного сигналу (одиничної ступінчастої функції $L[1(t)]=1/p$.

Для об'єкта, що має сигнал $u_1(t)$ на вході і $u_2(t)$на виході, рівняння (1.3) матиме вигляд:

$$\frac{u_2(p)}{u_1(p)} = \frac{k}{Tp+1}, \tag{1.11}$$

отже, передатна функція об'єкта:

$$W(p) = \frac{k}{Tp+1}, \tag{1.12}$$

а зображення його перехідної характеристики матиме вигляд:

$$Y(p) = u_2(p) \cdot W(p) = \frac{k/T}{p(p+1/T)}, \tag{1.13}$$

де $u_1(p)= 1/p$,

звідки за допомогою таблиць перетворення Лапласа (табл. Додаток 5) дістанемо оригінал, попередньо розклавши зображення вихідного сигналу $u_2(p)$ на алгебраїчну суму елементарних дробів:

$$y(t) = L^{-1}\left[\frac{k/T}{p(p+1/T)}\right] = L^{-1}\left[k\left(\frac{1}{p} - \frac{1}{p+1/T}\right)\right] = k\ 1 - \exp\ -t/T \tag{1.14}$$

Імпульсна перехідна функція (функція ваги) *w(t)* ланки (системи)- це реакція ланки (системи) на одиничний імпульс $\delta(t)$ (миттєвий імпульс з нескінченно великою амплітудою та одиничною площею). Одиничний імпульс є похідною від одиничного стрибка

$$\delta(t) = \frac{d}{dt}1(t), \tag{1.15}$$

або, в операторній формі

$$\delta(p) = pL\ 1(t)\ = p\frac{1}{p} = 1, \tag{1.16}$$

Тому

$$L\ w(t)\ = W(p)\delta(p) = W(p), \tag{1.17}$$

тобто зображення імпульсної перехідної функції дорівнює передаточній функції ланки (системи). Щоб визначити імпульсну перехідну функцію, необхідно знайти оригінал, що відповідає передаточній функції $w(t)=L^{-1}[W(p)]$.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Дані про числові значення коефіцієнтів передаточних функцій ланок задає викладач

1. Об’єктом дослідження обрати ланку №1 з переліку.

2. Отримати перехідну характеристику об’єкта.

3. Об’єктом дослідження послідовно обрати решту ланок, повторити пп..2.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що таке передаточна функція?

2. Як з диференційного рівняння динаміки об’єкта отримати його передаточну функцію?

3. Які ви знаєте елементарні ланки автоматичних систем керування? Напишіть їх передаточні функції. Наведіть їх перехідні характеристики.

4. Запишіть перехідні характеристики, що відповідають запропонованим ланкам.

5. Як впливає збільшення (зменшення) коефіцієнта k на перехідну характеристику кожної з наведених у табл.. 1 ланок?

6. Що таке стала часу інерційної ланки? Як зміниться вигляд перехідної характеристики зі збільшенням (зменшенням) сталої часу?

7. Як впливає наявність транспортного запізнювання в об’єкті на його перехідну характеристику?

8. Як за виглядом перехідної характеристики ланки визначити параметри її передаточної функції.

9. Що таке перехідний процес?

10. Як побудувати імпульсну перехідну характеристику елемента, якщо відома його передаточна функція?

Лабораторна робота №2

ЧАСТОТНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛЕМЕНТАРНИХ ДИНАМІЧНИХ ЛАНОК

Мета роботи: навчитися будувати і використовувати частотні характеристики елементарних динамічних ланок.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Частотними характеристиками називаються вирази і графіки (годографи), які відображують реакцію ланки на синусоїдальний вихідний вплив в усталеному режимі.

Якщо на вхід ланки подати синусоїдальний сигнал $x(t) = A_{вх}\sin(\omega t)$ наз виході ланки встановляться синусоїдальні коливання з тією ж частотою, але з іншою амплітудою $A_{вих}$ зсунуті по фазі відносно вихідних коливань на величину φ. Тобто вихідний сигнал матиме вигляд $y(t) = A_{вих}\sin(\omega t + \varphi)$.

Частотні характеристики ланки визначаються на основі її передаточної функції при уявному значенні аргументу, а саме $p = j\omega$.

Нехай $W(p)$ - передаточна функція об'єкта спостереження, тоді W($j\omega$) є його ***амплітудно - фазовою характеристикою*** (АФХ). Її можна подати у вигляді:

$$W(j\omega) = Re(\omega) + j\,Im(\omega) = |W(j\omega)|e^{j\varphi},, \qquad (2.1)$$

де $Re(\omega)$, $Im(\omega)$ - відповідно дійсна та уявна частини$W(j\omega)$;

$|W(j\omega)|$, φ-відповідно модуль та аргумент (фаза) $W(j\omega)$.

Залежність дійсної частини від частоти вхідних коливань ω називають ***дійсною частотною характеристики*** (ДЧХ) $Re(\omega)$.

Залежність уявної частини від частоти вхідних коливань ω називають ***уявною частотною характеристики*** (УЧХ) $Im(\omega)$

Модуль $|W(j\omega)|$ та аргумент φ комплексного числа $W(j\omega)$ визначаються:

$$\varphi(\omega) = arctg\frac{Im(\omega)}{Re(\omega)}, \tag{2.2}$$

$$|W(j\omega)| = \sqrt{Re^2(j\omega) + Im^2(j\omega)}, \tag{2.3}$$

Залежність модуля $W(j\omega)$ від частоти вхідного сигналу ω називається ***амплітудно-частотною характеристикою*** (АЧХ) $A(\omega)$.

Залежність фази $W(j\omega)$ від частоти вхідного сигналу ω називається ***фазо-частотною частотною характеристикою об'єкта*** (АЧХ) $\varphi(\omega)$.

Розглянемо передаточну функцію об'єкта, наведену у загальному вигляді:

$$W(p) = \frac{B(p)}{A(p)}\exp(-p\tau), \tag{2.4}$$

де $B(p) = b_m p^m + ... + b_1 p + b_0$;

$A(p) = a_n p^n + ... + a_1 p + a_0, \quad m \le n$.

Введемо заміну $p=j\omega$. Тоді поліноми $B(p)$ та $A(p)$ матимуть вигляд:

$$\begin{aligned} &B(j\omega) = b_m(j\omega)^m + b_{m-1}(j\omega)^{m-1} + ... - b_3(j\omega)^3 - b_2(j\omega)^2 + ... + b_1 j\omega + \\ &+ b_0 = \mathrm{Re}_1(\omega) + j\,\mathrm{Im}_1(\omega), \\ &A(j\omega) = a_n(j\omega)^n + a_{n-1}(j\omega)^{n-1} + ... - a_3(j\omega)^3 - a_2(j\omega)^2 + ... + a_1 j\omega + \\ &+ a_0 = \mathrm{Re}_2(\omega) + j\,\mathrm{Im}_2(\omega), \end{aligned} \tag{2.5}$$

де $Re_1(\omega)$ $Re_2(\omega)$ - дійсні, $Im_1(\omega)$, $Im_2(\omega)$ - уявні частини виразів (2.5)

Підставимо (2.5) у формулу (2.4), згрупуємо дійсні та уявні частини чисельника і знаменника та помножимо чисельник і знаменник на величину, спряжену знаменнику:

$$\begin{aligned} &W(j\omega) = \frac{\mathrm{Re}_1(\omega) + j\,\mathrm{Im}_1(\omega) \quad \mathrm{Re}_2(\omega) - j\,\mathrm{Im}_2(\omega)}{\mathrm{Re}_2(\omega) + j\,\mathrm{Im}_2(\omega) \quad \mathrm{Re}_2(\omega) - j\,\mathrm{Im}_2(\omega)}\exp(-j\omega\tau) = \\ &= \frac{\mathrm{Re}_1(\omega)\mathrm{Re}_2(\omega) + \mathrm{Im}_1(\omega)\mathrm{Im}_2(\omega) + j(\mathrm{Re}_2(\omega)\mathrm{Im}_1(\omega) - \mathrm{Re}_1(\omega)\mathrm{Im}_2(\omega))}{\mathrm{Re}_2^2(\omega) + \mathrm{Im}_2^2(\omega)}, \\ &\cdot\exp(-j\omega\tau) = (\mathrm{Re}_3(\omega) + j\,\mathrm{Im}_3(\omega))\exp(-j\omega\tau) \end{aligned} \tag{2.6}$$

Використовуючи формулу Ейлера $exp(-j\omega\tau) = cos(\omega\tau) - j\,sin(\omega\tau)$, дістанемо:

$$W(j\omega) = \mathrm{Re}_3(\omega) + j\,\mathrm{Im}_3(\omega)\ \ (\cos(\omega\tau) - j\sin(\omega\tau)) = \mathrm{Re}_3(\omega)\cos(\omega\tau) + \\ + \mathrm{Im}_3(\omega)\sin(\omega\tau) + j(\mathrm{Im}_3(\omega)\cos(\omega\tau) - \mathrm{Re}_3(\omega)\sin(\omega\tau)), \tag{2.7}$$

Введемо позначення:

$$\mathrm{Re}(\omega) = \mathrm{Re}_3(\omega)\cos(\omega\tau) + \mathrm{Im}_3(\omega)\sin(\omega\tau) \tag{2.8}$$

$$\mathrm{Im}(\omega) = \mathrm{Im}_3(\omega)\cos(\omega\tau) + \mathrm{Re}_3(\omega)\sin(\omega\tau)$$

Тоді АФХ матиме вигляд:

$$W(j\omega) = Re(\omega) + j\,Im(\omega). \tag{2.9}$$

Аргумент ω може змінюватися в діапазоні (-∞; +∞), при цьому амплітудно – фазова характеристика (АФХ) буде симетричною відносно дійсної осі на інтервалах (-∞; 0) та (0; +∞). З погляду на це, АФХ будується в координатах дійсної $Re(\omega)$ та уявної $Im(\omega)$ частин в діапазоні частот ω від 0 до нескінченності.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Об’єктом дослідження обрати ланку 1 з лабораторної роботи 1.
2. Побудувати АФХ об’єкта.
3. Об’єктом дослідження послідовно обрати решту ланок лабораторної роботи 1, повторити пп..2.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що таке частотна характеристика об’єкта? Як її отримати?
2. Які види частотних характеристик ви знаєте?
3. Як розрахувати частотні характеристики ланок?
4. Як пов’язані між собою ДЧХ, УЧХ та АЧХ, ФЧХ?
5. Як, маючи АФХ ланки, побудувати $Re(\omega)$, $Im(\omega)$?
6. Як, маючи АФХ ланки, побудувати $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$?

Лабораторна робота №3

ДИНАМІЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАНОК ІЗ ЗАПІЗНЕННЯМ

Мета роботи: навчитись будувати перехідні характеристики за допомогою наведеної програми; визначити форму графіків перехідних характеристик елементарних динамічних ланок із запізненням.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Передаточною функцією об'єкта називають відношення зображення за Лапласом вихідного сигналу ($y(t)$) до зображення за нульових початкових умов вхідного ($x(t)$) $W(p)=\dfrac{y(p)}{x(p)}$, де p – комплексна змінна.

До елементарних динамічних ланок належать:

1.Безінерційна із запізненням

$$W(p)=k\cdot e^{-p\tau}. \tag{3.1}$$

2. Інтегральна із запізненням

$$W(p)=\frac{k}{p}\cdot e^{-p\tau}. \tag{3.2}$$

3. Ідеальна диференціальна із запізненням

$$W(p)=kp\cdot e^{-p\tau}. \tag{3.3}$$

4. Реальна диференціальна із запізненням

$$W(p)=k\,\frac{Tp}{Tp+1}\cdot e^{-p\tau}. \tag{3.4}$$

5. Інтегро- диференціальна із запізненням

$$W(p)=k\,\frac{\alpha Tp+1}{Tp+1}\cdot e^{-p\tau}. \tag{3.5}$$

6. Аперіодична І-го порядку із запізненням

$$W(p)=\frac{k}{Tp+1}\cdot e^{-p\tau}. \tag{3.6}$$

7. Аперіодична ІІ-го порядку із запізненням

$$W(p)=\frac{k}{a_2p^2+a_1p+1}\cdot e^{-p\tau}, \tag{3.7}$$

де $D=a_1^2-4a_2\geq 0$.

8. Коливна із запізненням

$$W(p) = \frac{k}{a_2 p^2 + a_1 p + 1} \cdot e^{-p\tau}, \tag{3.8}$$

(де $D = a_1^2 - 4a_2 < 0$).

9. Консервативна із запізненням

$$W(p) = \frac{k}{a_2 p^2 + 1} \cdot e^{-p\tau}, \tag{3.9}$$

Перехідною характеристикою ланки *y(t)* є реакція ланки (системи) на одиничний ступінчатий сигнал $1(t)$ при нульових початкових умовах. Перехідна характеристика може бути визначена розв'язанням диференціального рівняння динаміки звичайним чи операторним методом. Для визначення *y(t)* операторним методом треба домножити передатну функцію на зображення вхідного сигналу (одиничної ступінчастої функції $L[1(t)])=1/p$.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

Дані про числові значення коефіцієнтів передаточних функцій ланок задає викладач

1. Об'єктом дослідження обрати ланку №1 з переліку із запізненням.
2. Отримати перехідну характеристику об'єкта.
3. Об'єктом дослідження послідовно обрати решту ланок, повторити пп..2.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що таке передаточна функція?
2. Як з диференційного рівняння динаміки об'єкта отримати його передаточну функцію?
3. Які ви знаєте елементарні ланки автоматичних систем керування? Напишіть їх передаточні функції. Наведіть їх перехідні характеристики.

4. Запишіть перехідні характеристики, що відповідають запропонованим ланкам.
5. Як впливає збільшення запізнення на перехідну характеристику кожної з наведених у табл.. 1 ланок?
6. Що таке запізненн?

ТИПОВІ ЛІНІЙНІ ЗАКОНИ РЕГУЛЮВАННЯ ТА РОЗРАХУНОК ПЕРЕХІДНИХ ХАРАКТЕРИСТИК СИСТЕМ КЕРУВАННЯ

Мета роботи: вивчити залежність форми й темпу протікання перехідної характеристики замкненої системи від параметрів передаточних функцій об'єкта і регулятора (стійкість, характер перехідного процесу, швидкодія).

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

У даній лабораторній роботі моделюється система, що складається з об'єкта та лінійного регулятора $W_p(p)$, що утворюють замкнений контур.

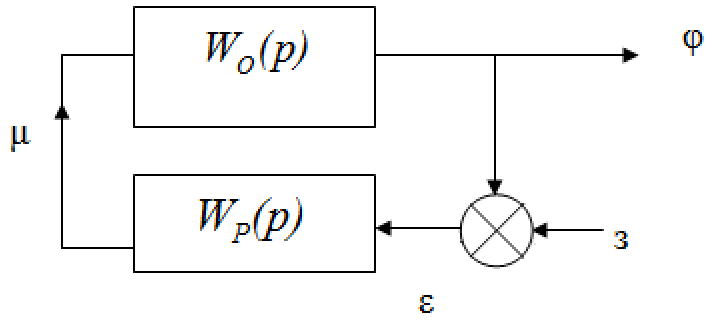

Рис. 4.1

Передатна функція об'єкта має одну з двох можливих структур :

$$\mathrm{W}(p) = \frac{B(p)}{A(p)} e^{-p\tau}, \tag{4.1}$$

$$\mathrm{W}(p) = \frac{k}{p^q \prod_{s=1}^{r} (T_s p + 1)^{n_s}} \tag{4.2}$$

В якості автоматичного регулятора може розглядатись регулятор, що реалізує один з нижче приведених лінійних законів регулювання.

Nzr	Регулятор	W(p)- регулятора
1	П – регулятор	$W_p(p) = K_{reg}$;
2	I – регулятор	$W_p(p) = K_{reg} / p$;
3	ПД – регулятор	$W_p(p) = K_{reg}(1 + T_v \cdot p)$

4	ПІ – регулятор	$W_p(p) = K_{reg}(1 + \frac{1}{T_i \cdot p})$
5	ПІД - регулятор	$W_p(p) = K_{reg}(1 + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_v \cdot p)$

Nzr – в програмі відповідає за вибір типу регулятора.

Передаточна функція $W_{зам}(p)$ замкненої системи регулювання з від'ємним зворотнім зв'язком має вигляд:

$$W_{зам}(p) = \frac{W_{роз}(p)}{1 + W_{роз}(p)}. \tag{4.3}$$

де $W_{роз}(p)$ - передаточна функція розімкненої системи. Вона має вигляд відношення двох поліномів:

$$W_{роз}(p) = k\frac{B(p)}{A(p)} = k\frac{p^m + b_{m-1}p^{m-1} + ... + b_1 p + b_0}{p^n + a_{n-1}p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0}; \tag{4.4}$$

$$m <= n,$$

де k – коефіцієнт.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Викладач задає вид і коефіцієнти передаточної функції об'єкта.
2. Студент підбирає настройки П, І, ПД та ПІ і ПІД- регулятора.
3. Фіксуються перехідні характеристики, що відповідають проміжним та оптимальним параметрам настройки регулятора (ряд графіків на одній системі координат, що відповідають одному регулятору)

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Як залежить перехідна характеристика замкненої системи від коефіцієнта передачі регулятора K_p?

2. Як залежить перехідна характеристика замкненої системи від часу ізодрому регулятора T_i?

3. Як залежить перехідна характеристика замкненої системи від кількості однакових аперіодичних ланок І порядку в передаточній функції об'єкта?

4. Як залежить перехідна характеристика замкненої системи від наявності часу транспортного запізнювання в передаточній функції об'єкта?

5. Вміти записати передаточну функцію замкненої системи, використовуючи передаточні функції об'єкта і регулятора.

Лабораторна робота №5

СТІЙКІСТЬ СИСТЕМ ЗА КОРЕНЯМИ ХАРАКТЕРИСТИЧНОГО РІВНЯННЯ

Мета роботи: дослідити вплив розташування коренів характеристичного рівняння системи на її стійкість, вивчити критерій стійкості Гурвиця.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

При проектуванні та експлуатації автоматичних систем керування та регулювання однією з основних вимог до таких систем є вимога стійкості системи. Система автоматичного регулювання є стійкою, якщо при виведенні її з встановленого стану деякою причиною вона повертається в початковий стан після припинення дії цієї причини.

Однією з задач теорії автоматичного регулювання є вивчення процесу зміни керованої величини автоматичної системи керування $y(t)$ у часі під впливом задавального чи збурювального впливу. Функція $y(t)$ може бути записана у вигляді:

$$y(t)= y_{\text{вим}}+y_{\text{пер}}(t), \tag{5.1}$$

де $y_{\text{вим}}$, $y_{\text{пер}}(t)$,- відповідно вимушена і вільна (перехідна) складові.

Для того, щоб система керування була стійкою, необхідно, щоб з часом $y_{пер}(t)$ прямувало до нуля, тобто:

$$\lim_{t\to\infty} y_{пер}(t) = 0, \tag{5.2}$$

Зміну $y_{пер}(t)$ у часі можна визначити як розв’язок однорідного диференційного рівняння, що описує властивості системи.

Нехай задане характеристичне рівняння системи керування, яке відповідає однорідному диференційному рівнянню:

$$a_n p^n + a_{n-1} p^{(n-1)} + ... + a_1 p + a_0 = 0, \tag{5.3}$$

де a_i – коефіцієнти характеристичного рівняння (i=0, 1, ..., n).

Визначивши корені рівняння (4.3), можна записати загальний розв’язок однорідного диференційного рівняння так:

$$y_{пер}(t) = C_1 e^{p_1 t} + C_2 e^{p_2 t} + ... + C_n e^{p_n t}, \tag{5.4}$$

де C_i- коефіцієнти (i=1,2 ..., n);

p_i- корені характеристичного рівняння (i=1,2 ..., n), якщо усі корені є дійсними і простими.

Умова (4.2) виконується, якщо кожний з доданків формули (4.4) прямує до нуля. Отже, для стійкості автоматичної системи керування необхідно і достатньо, щоб усі дійсні частини коренів характеристичного рівняння були від'ємними.

Отже, корені характеристичного рівняння системи або об'єкта повною мірою визначають її стійкість. Корені рівняння, в свою чергу, безпосередньо залежать від його коефіцієнтів. Для стійкості системи керування необхідно (для системи першого та другого порядку і достатньо), щоб усі коефіцієнти характеристичного рівняння були додатними.

З виразу (4.4) випливає, що чим далі від уявної осі у лівій півплощині знаходяться корені характеристичного рівняння системи, тим швидше закінчуються перехідні процеси у системі. При наближенні системи до межі стійкості корені рівняння зсуваються на комплексній площині до уявної осі. В нестійкому стані системи, принаймні, деякі корені характеристичного рівняння розташовані праворуч від уявної осі.

Одним з показників якості систем керування є ступінь віддалення від уявної осі коренів характеристичного рівняння замкненої системи. Відстань найближчого кореня від уявної осі характеризує запас стійкості системи й називається ***ступенем стійкості*** цієї системи. Якщо він додатній, то система стійка, якщо від'ємний – нестійка.

Критерій стійкості Гурвиця дозволяє досліджувати стійкість системи керування безпосередньо по коефіцієнтах її характеристичного рівняння без визначення його коренів. Він формулюється так:

Для стійкості лінійної системи необхідно і достатньо, щоб були строго додатними n діагональних мінорів матриці коефіцієнтів її характеристичного рівняння (4.3) виду:

$$\begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 & 0 \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & a_2 & a_0 \end{vmatrix} \quad (a_n > 0).$$

Діагональні мінори визначники Гурвиця мають вигляд:

$$\Delta_1 = a_{n-1} > 0; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} \\ a_n & a_{n-2} \end{vmatrix} > 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_{n-1} & a_{n-3} & a_{n-5} \\ a_n & a_{n-2} & a_{n-4} \\ 0 & a_{n-1} & a_{n-3} \end{vmatrix} > 0;$$

Оскільки можна записати останній визначник $\Delta_n = \Delta_{n-1} A_0$, його додатнє значення при $\Delta_{n-1} > 0$ зводиться до умови a_0>0.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. Об'єктом оберіть аперіодичну ланку 2-го порядку та регуляторами послідовно:

   П - регулятор;

   І - регулятор;

   ПІ – регулятор;

2 Отримайте характеристичне рівняння замкненої системи.

3. Сформуйте матрицю та головні визначники Гурвиця.

4. Визначне параметри настройки П-, І-, ПІ-регуляторів, що виводять систему на межу стійкості, користуючись для цього коренями характеристичного рівняння, критерієм Гурвиця, ступенем стійкості.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Що таке стійкість системи? Яка загальна властивість коренів характеристичного рівняння стійкого об'єкту дослідження?
2. В чому полягає необхідна умова стійкості об'єкта дослідження?

3. Як визначити за коренями характеристичного рівняння стійка система чи ні?
4. Що таке ступінь стійкості системи?
5. Чи може бути стійкою система регулювання, що містить нестійкий об'єкт керування? Доведіть на прикладі.
6. Сформулюйте критерій стійкості Гурвиця.

Лабораторна робота №6

СТІЙКІСТЬ СИСТЕМ ЗА КРИТЕРЯМИ МИХАЙЛОВА ТА НАЙКВІСТА

Мета роботи: навчитися застосовувати критерії Найквіста та Михайлова для дослідження стійкості замкненої системи регулювання.

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Критерій Найквіста дозволяє оцінювати стійкість замкненої системи регулювання за амплітудно- фазовою характеристикою (АФХ) розімкненої системи.

Існує декілька формулювань критерія Найквіста.

Для стійкості замкненої системи необхідно і достатньо, щоб АФХ розімкненої системи при зміні частоти ω від нуля до ∞ не охоплювала точку (-1 ,j0).

Якщо АФХ має складний вигляд, то частіше використовується інше формулювання критерію.

Для стійкості замкненої системи необхідно і достатньо, щоб різниця між кількістю переходів АФХ розімкненої системи через відрізок дійсної осі (-1 ,∞) зверху вниз і знизу вверх при зміні частоти ω від 0 до ∞ дорівнювала $L/2$, де L – кількість коренів з додатною дійсною частиною в характеристичному рівнянні розімкненої системи регулювання. Діапазон зміни ω для побудови АФХ потрібно підібрати таким, щоб мати повну уяву про вигляд АФХ. Тоді можна буде застосувати критерій Найквіста для визначення стійкості замкненої системи регулювання.

Розглянемо динамічну систему, що складається з об’єкта та регулятора. Передаточна функція замкненої системи матиме вид:

$$W_{\text{зам}}(p) = \frac{W_{\text{роз}}(p)}{1 + W_{\text{роз}}(p)}, \tag{6.1}$$

Тут

$$W_{\text{роз}}(p) = W_0(p) W_{\text{р}}(p), \tag{6.2}$$

де $W_{\text{роз}}(p)$ - передаточна функція розімкненої системи;

$W_0(p), W_\text{р}(p)$ - передаточні функції відповідно об'єкта та регулятора. Характеристичне рівняння замкненої системи:

$$1 + W_\text{роз}(p) = 0, \tag{6.3}$$

Характеристичний поліном системи можна представити в формі

$$D(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + ... + a_2 p^2 + a_1 p + a_0 . \tag{6.4}$$

Зробимо заміну $p=j\omega$. Згрупуємо дійсні та уявні частини отриманого виразу:

$$D(j\omega) = Re(\omega) + j\,Im(\omega), \tag{6.5}$$

де

$$\text{Re}(\omega) = a_0 - a_2\omega^2 + a_4\omega^4 - ...; \tag{6.6}$$

$$\text{Im}(\omega) = a_1\omega - a_3\omega^3 + a_5\omega^5 - ...; \tag{6.7}$$

Змінюючи ω від 0 до ∞, розраховуємо вирази (6.5) та (6.7) та на площині Re та Im будуємо відповідну рівнянню (6.5) криву, що називається ***годографом Михайлова***.

Критерій Михайлова формулюється так.

Для стійкості лінійної системи *n*-го порядку необхідно і достатньо, щоб зміна аргумента функції *D(jω)* дорівнювала $n\frac{\pi}{2}$ при зміні частоти від 0 до ∞, тобто

$$\Delta arg\, D(j\omega) = N\frac{\pi}{2}, \quad \omega \in (0,\infty), \tag{6.8}$$

Отже, система буде стійкою, якщо годограф Михайлова проходить проти годинникової стрілки послідовно *n* квадратів, де *n* – ступінь характеристичного рівняння. Діапазон зміни *ω* потрібно підібрати таким, щоб мати повну уяву про вигляд годографа Михайлова.

ПОРЯДОК ВИКОНАННЯ РОБОТИ

1. До складу системи входять об'єкт, яким є аперіодична ланка 3- го порядку та

   П - регулятор;

   І - регулятор;

   ПІ – регулятор;

ПІД- регулятор.

2. Зробіть висновок про стійкість замкненої системи за критерієм Найквіста.

3. Побудуйте годограф Михайлова.

4. Зробіть висновок про стійкість замкненої системи за критерієм Михайлова.

5. Визначте параметри настройки П - , І - , ПІ – регуляторів, що виводять систему на межу стійкості.

КОНТРОЛЬНІ ЗАПИТАННЯ

1. Які методи дослідження стійкості системи ви знаєте?
2. Що таке АФХ? Методика отримання АФХ з передаточної функції.
3. В чому полягає суть критерію стійкості Найквіста?
4. Сформулюйте критерій стійкості Михайлова.

Методика отримання годо

ДОДАТКИ

Додаток 1

Програма TarWpTau призначена для побудови перехідних, частотних характеристик, визначення коренів характеристичних рівнянь на комплексній площині тощо.

Верхній рядок екрану – головне меню програми.

ESC – вихід; 1-Inp – введеня об’єкту, 2-DemOb – побудова перехідної, імпульсної та частотної характеристик; 3-Stab – дослідження стійкості системи; 4-kGod – кореневі годографи; 5-Nastr – настройка системи на заданий показник коливності Мк; 6-NastA – настройка системи, з умовою апроксимації запізнення; 7-PPS – перехідні процеси замкненої сітки графіка.

Зупинимося на кожному пункті окремо.

1-Inp.

0- exit – вихід з підменю;

1-B(p) – введення полінома чисельника, при натисканні на клавішу «1» іде запит степені чисельника : ”Enter N –stepen polynoma B”, треба ввести степінь і натиснути „Enter” (надалі кожне введення значення підтверджується натисканням „Enter”). Наступний запит : „enter B[ ]”- елемент (відповідний коефіцієнт) поліному, наприклад : „enter B[2]” вказує на елемент b_2.

2-A(p) – введення полінома знаменника, аналогічно вище описаному.

3-ChainZv – необхідно для зручнішого введення ланцюжно-періодичних ланок;

0- exit- вихід із під меню;

1-Kob – коефіцієнт підсилення об’єкту;

2-q – степінь вільного множника p у знаменику;

3-R – кількість ланок;

4-TN – через пробіл вводиться стала часу Ts та n- степінь n_s. в загальному виді передатна функція ланцюжно- аперіодич6них ланок має вигляд: $W(p) = \dfrac{Kob}{p^q \; (T_1 p+1)^{n_1} \cdot (T_2 p+1)^{n_2} \, \vdots \, (T_R p+1)^{n_R}}$

В попередньому меню 4-Tau – час запізнювання τ.

В нижньому рядку екрана знаходиться інформація про те, чому дорівнює значення змінних, згадуваних у поточному меню.

<u>2-DemOb</u>

1-W(p) – виводить інформацію про коефіцієнти чисельника, знаменника та запізнювання.

2-h(t) – побудова перехідної характеристики об'єкта : 0-exit – вихід з-під меню; 1-D – час спостереження; 2-Ks – коефіцієнт подрібнення кроку; 3-Saz – спосіб апроксимації запізнення; 4-n – порядок структури, що апроксимує ланку транспортного запізнення; 5-c – колір графіка; 6-SC – система координат і графік; 7-Graphic – побудова графіку в цій же системі координат (надалі покладено такий самий принцип : система координат, графіки в одній і тій же самій системі кординат; система координат-оновлення);

3-g(t) – побудова імпульсної характеристики, аналогічно 2 – h(t).

4-W(jω) – побудова АФХ.

1-wn; 2-wk – початкове і кінцеве значення частоти ω (в програмі ω імітується літерою w).

3-NSC – кількість кроків сканування;

4, 5- описані вище;

6-c – колір;

7-SC – система координат (без побудови графіка);

8-godo – побудова годографа АФХ об'єкта.

9-IndW –

1-W – крок по АФХ;

2-C – колір;

3-Point – побудова точок по АФХ;

4-Inscrt – підписи;

<u>3-Stab</u> – стійкість системи по критерію Гурвиця, Михайлова і Найквіста.

3-Nzr – номер закону регулювання, тобто вибір регулятора.

Nzr	Регулятор	W(p)- регулятора
1	П – регулятор	$W_p(p) = K_{reg}$;
2	I – регулятор	$W_p(p) = K_{reg} / p$;
3	ПД – регулятор	$W_p(p) = K_{reg}(1 + T_v \cdot p)$
4	ПІ – регулятор	$W_p(p) = K_{reg}(1 + \frac{1}{T_i \cdot p})$
5	ПІД - регулятор	$W_p(p) = K_{reg}(1 + \frac{1}{T_i \cdot p} + T_v \cdot p)$

4-Kreg – параметр настройки регулятора, коефіцієнт підсилення;

5-Ti – час ізодрому (інтегральна складова);

6- Tv – час випередження (диференціальна складова);

7- Roots – корені характеристичного рівняння;

8-Mic – побудова годографа Михайлова;

4-GodMic (в підменю, інші пункти розглядалися вище);

9- Naiq

4-Naiq (в підменю)- критерій стійкості по Найквісту;

4- KGog – кореневі годографи;

1-Reg – вибір регулятора та параметрів настройки,

2-KrN; 3-KrK – початкове і кінцеве значення параметру Kreg;

4-NK – крок подрібнення;

5-ApTau – апроксимація запізнення;

6-c – колір;

7-SC – система координат;

8-Godo – кореневий годограф.

5- NasrM – настройки на заданий показник коливності.

7-Mk – показник коливності (всі попередні пункти підменю вже описувалися і суть їх не змінилася).

A-Godo – побудова годографа АФХ розімкненої системи і М- кола.

6- NastA – в курс не входить, немає сенсу описувати дій.

7-PPS – перехідні характеристики замкнених систем;

3- Nzr – номер закону регулювання;

8-SC – побудова системи координат з лінією усталеного значення (y=1), та першого графіка, надалі зі зміною параметрів настройки регулятора (пп.. 4-6) виводяться графіки перехідних процесів;

9-Graphic –побудова графіка перехідного процесу з врахуванням нових параметрів настройки регулятора, у вже існуючу систему координат, для співставлення з попереднім графіком.

Звертаємо увагу на те, що встановлені параметри регулятора, способи апроксимації запізнення, та сам тип регулятора зберігаються при переході від одного пункту меню до іншого і змінюється лише за умови зміни на інші або виходу з програми (тоді при подальшому вході встановляться за замовчанням).

Слід зазначити, також, що і об’єкт, який був введений при вході зникає і треба вводити знову.

Додаток 2

ПЕРЕТВОРЕННЯ ЗА ЛАПЛАСОМ ФУНКЦІЇ ЧАСУ

№ п/п	Оригінал $f(t)$	Перетворення Лапласа $f(p)$
1	$1(t)$	$1/p$
2	t	$1/p^2$
3	$1/2t^2$	$1/p^3$
4	$e^{-\alpha t}$	$\frac{1}{p+\alpha}$
5	$1-e^{-\alpha t}$	$\frac{\alpha}{p(p+\alpha)}$
6	$\sin\omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$
7	$\cos\omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бесекерский В. А., Попов Е. П. Теория систем автоматического регулирования. –М. : Наука, главная редакция физико – математической литературы, 1978. -768с.

2. Гурецкий Х. Анализ и синтез систем управления с запаздыванием. – М. : Машиностроение, 1974.-327с.

3. Зайцев Г. Ф., Костюк В. И., Чинаев П. И. Основы автоматического управления и регулирования. – К.: Техника, 1975.-496с.

4. Кубрак А. І ,Ярощук Л. Д. Програмування та розрахунок автоматичних систем. – К.: Вища школа, 1992.-366с. : іл.

5. Ротач В. Я. Расчет динамики промышленных автоматических систем регулирования. –М.: Энергия, 1973.- 4