МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
„КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ”

КОМП’ЮТЕРНІ МЕТОДИ ПРОЕКТУВАННЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦІЇ

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання модульної контрольної роботи
«Синтез цифрових регуляторів за методом Калмана»
для студентів спеціальності
„Автоматизоване управління технологічними процесами”

Рекомендовано Вченою радою інженерно-хімічного факультету

Київ
НТУУ “КПІ”
2013

Комп’ютерні методи проектування систем автоматизації: Методичні вказівки до виконання модульної контрольної роботи «Синтез цифрових регуляторів за методом Калмана» для студ. спеціальності «Автоматизоване управління технологічними процесами» / Уклад.: М. З. Кваско, Я. Ю. Жураковський – К.: НТУУ «КПІ», 2013. – 15 с.

Гриф надано Вченою радою ІХФ

(Протокол № 1 від 28.01. 2013 р.)

Навчальне видання

КОМП’ЮТЕРНІ МЕТОДИ ПРОЕКТУВАННЯ СИСТЕМ АВТОМАТИЗАЦІЇ

Методичні вказівки до виконання модульної контрольної роботи «Синтез цифрових регуляторів за методом Калмана» для студентів спеціальності „Автоматизоване управління технологічними процесами”

Укладачі: Кваско Михайло Зіновійович, к.т.н., проф.

Жураковський Ярослав Юрійович, ст. викл.

Відповідальний редактор А.І. Жученко, д.т.н., проф.

Рецензент Жулинський О.А., к.т.н.

Авторська редакція

ЗМІСТ

Синтез цифрових регуляторів по методу Калмана

Такий регулятор забезпечує мінімальний час перехідного процесу.

Задається умова, щоб перехідний процес в замкненій системі цифрової АСР (рис. 1.1) закінчився (рис. 2, а) за час, який дорівнює двом періодам квантування (рис. 2, б) при подаванні на регулятор в якості завдання одиничного збурюю чого діяння $G[1]$. Керувальне діяння $U(t)$ має два проміжних значення перед тим, як воно досягне кінцевого рівня U_f.

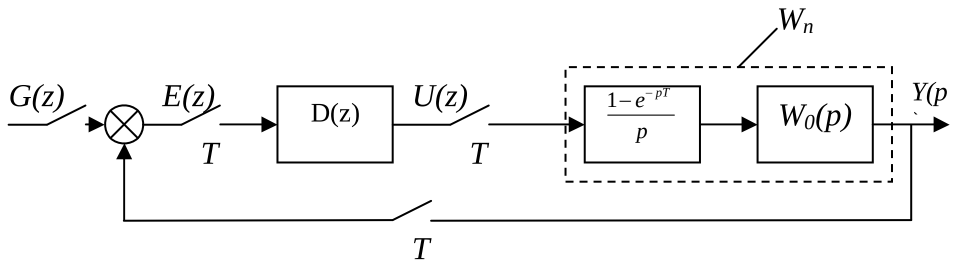

Рис. 1 - Структурна схема контура НЦУ ($P(z) = Y(z) / G(z)$ – імпульсна передатна фонкція по каналу «завдання регулятору – вихідни (регульована) величина; $Q(z) = U(z) / G(z)$ – імпульсна передатна фонкція по каналу «завдання регулятору – керувальне діяння»)

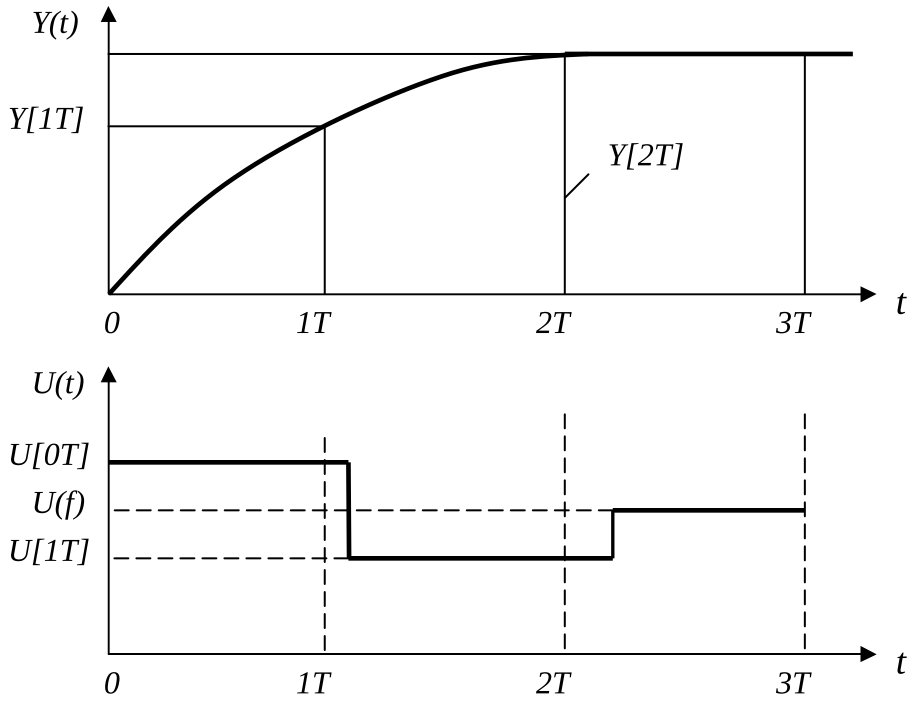

Рис. 2 Динамічні характеристики системи НЦУ:

а – бажаний перехідний процес в замкненій ЦАСУ; б – керувальне діяння ($U[0T], U[1T]$ – проміжні значення керувального діяння)

Запишемо вираз для вхідної і керувальної змінної в z - формі:

$$Y(z) = \sum_{n=0}^{\infty} Y[nT] z^{-n}; \qquad (1)$$

$$U(z) = \sum_{n=0}^{\infty} U[nT] z^{-n}; \qquad (2)$$

Одиничне завдання в формі z - перетворення буде мати вигляд;

$$G(z) = \frac{1}{1 - z^{-1}} \qquad (3)$$

Розглядаючи сумісно з (1) і (3), а також (2) і (3), отримуємо

$$P(z)=\frac{Y(z)}{G(z)}=(1-z^{-1})\left\{y[0T]z^{0}+y[1T]z^{-1}+y[2T]z^{-2}+\ldots\right\} \tag{4}$$

$$Q(z)=\frac{U(z)}{G(z)}=(1-z^{-1})\left\{U[0T]z^{0}+U[1T]z^{-1}+U[2T]z^{-2}+\ldots\right\} \tag{5}$$

Де $U[0T], U[1T]$ – визначення значення керувального діяння; U_f – усталене значення керувального діяння.

Таким чином, можна записати: $y[0T]=0$, а $y[2T]=y[3T]=\ldots=1$, оскільки рахуємо, що регулятор обробив на одиничне завдання і перехідний процес закінчився.

Вирази (4) і (5) перепишемо наступним чином:

$$P(z)=(1-z^{-1})\left\{y[1T]z^{-1}+1z^{-2}+1z^{-3}+\ldots\right\} \tag{6}$$

$$Q(z)=(1-z^{-1})\left\{U[0T]+U[1T]1z^{-1}+U_f z^{-2}+\ldots\right\} \tag{7}$$

Перетворимо ці вирази, відпускаючи члени ряду з індексом (-3) і більше:

$$\frac{Y(z)}{G(z)}=P(z)=y[1T]z^{-1}+\left\{1-y[1T]\right\}z^{-2} \tag{8}$$

$$\frac{U(z)}{G(z)}=Q(z)=U[0T]+\left\{U[1T]-U[0T]\right\}z^{-1}+\left\{U_f-U[1T]\right\}z^{-2} \tag{9}$$

Імпульсну передатну функцію ПНЧ системи можна записати так:

$$Wp(z)=\frac{P(z)}{Q(z)}=\frac{Y(z)/G(z)}{U(z)/G(z)}=\frac{Y(z)}{U(z)}=$$

$$=\frac{Y[1T]z^{-1}+\left\{1-Y[1T]\right\}z^{-2}}{U[0T]+\left\{U[1T]-U[0T]\right\}z^{-1}+\left\{U_f-U[1T]\right\}z^{-2}} \tag{10}$$

Визначаємо імпульсну передатну функцію регулятора НЦУ по каналу $E(z) \to U(z)$:

$$D(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{U(z)}{G(z) - Y(z)} \tag{11}$$

Знаходимо з (8) $Y(z) = G(z)P(z)$, а з (9) $U(z) = G(z)Q(z)$ і, підставляючи їх в (11), отримаємо:

$$D(z) = \frac{Q(z)G(z)}{G(z) - P(z)G(z)} = \frac{Q(z)}{1 - P(z)} \tag{12}$$

Вирази (8)-(10) використовуємо для визначення алгоритму (закону) регулятора НЦУ і розрахунку імпульсної передатної функції регулятора виходячи з конкретних умов об'єкта.

І. Об'єкт має передатну функцію

$$W_1(p) = \frac{K_o e^{-p\tau}}{T_1 p + 1} \tag{13}$$

Аналогічно (1.2)-(1.4) знаходимо в z- формі передатну функцію наведеної неперервної частини:

$$Wp(z) = \frac{z-1}{z} z\left\{\frac{W_1(p)}{p}\right\} = \frac{Ko(C_1 + C_2 z^{-1}) z^{-(k+1)}}{1 - a_{p1} z^{-1}} \tag{14}$$

де $C_1 = 1 - e^{\frac{\alpha T}{T_1}}$; $C_2 = e^{\frac{-\alpha T}{T_1}} - e^{-T/T_1}$;

$$a = 1 - \frac{(\tau - KT)}{T};\ a_{p1} = e^{-T/T_1};\ KT < \tau \le (k+1)T.$$

З виразу (10) слідує, що сума коефіцієнтів при z^{-1} і z^{-2} в чисельнику буде дорівнювати одиницію Для того щоб в (14) мати це, поділимо чисельник і знаменник на $Ko(C_1+C_2)$:

$$Wp(z)=\frac{\left(\frac{C_1}{C_1+C_2}+\frac{C_2}{C_1+C_2}z^{-1}\right)z^{-(k+1)}}{\frac{1}{Ko(C_1+C_2)}(1-a_{p1}z^{-1})} \qquad (15)$$

На основі виразів (14) і (15)

$$P(z)=\frac{C_1 z^{-(k+1)}}{C_1+C_2}+\frac{C_2 z^{-(k+2)}}{C_1+C_2} \qquad (16)$$

$$Q(z)=\frac{1}{(C_! +C_2)Ko}-\frac{a_{p1}z^{-1}}{Ko(C_1+C_2)} \qquad (17)$$

Підставляючи (16) і (17) в (12), отримуємо

$$D(z)=\frac{1-a_{p1}z^{-1}}{Ko(C_1+C_2)\left[1-\frac{C_1 z^{-(k+1)}}{C_1+C_2}-\frac{C_2 z^{-(k+2)}}{C_1+C_2}\right]} \qquad (18)$$

При такому алгоритмі у відповідності до вибраного критерію система НЦУ з об’єктом 1-го порядку з запізненням буде мати монотонний затухаючий перехідний процес. Однак $U(t)$ проявляє значні коливання, котрі з’являються за рахунок полюсів передатної функції (18) в околі $z=-1$. Щоб прибрати ці полюси другий співмножник в (18) при $K=2$ перетворюємо таким чином:

спочатку позначимо $C_1/(C_1+C_2)=x_1$;

$$1-x_1 z^{-3}-(1-x_1)z^{-4}=1-x_1 z^{-3}-z^{-4}+z^{-4}x_1=(1-z^4)-x_1 z^{-3}(1-z^{-1})=$$

$$= (1 - z^{-1})(1 + z^{-1})(1 + z^{-2}) - x_1 z^{-3}(1 - z^{-1}) = (1 - z^{-1})\left[\left(1 + z^{-1}\right)\left(1 + z^{-2}\right) - x_1 z^{-3}\right] =$$

$$= (1 - z^{-1})\left[1 + z^{-1} + x^{-2} + (1 - x_1) z^{-3}\right] \tag{19}$$

Підстановка в вираз (19), крім $(1 - z^{-1})$, значення $z = +1$, де коливань немає, перетворює вираз для $D(z)$ в такому вигляді:

$$D(z) = \frac{1 - a_{p1} z^{-1}}{Ko(C_1 + C_2)(1 - z^{-1})(4 - x_1)} \tag{20}$$

Якщо $K \neq 2$, співмножник знаменника може бути представлений так:

$$1 - x_1 z^{-k-1} - (1 - x_1)^{-k-2} =$$

$$= \left(1 - z^{-1}\right)\left[1 + z^{-1} + x^{-2} + ... + z^{-k} + (1 - x_1) z^{-k-1}\right] \tag{21}$$

Якщо $z = +1$, то (21) набуде вигляду:

$$(1 - z^{-1})\left(K + 2 - x_1\right) \tag{22}$$

Передаточна функція регулятора буде записана наступним чином:

$$D(z) = \frac{1}{Ko(e^{T/T_1} - 1)(K + 2 - x_1)}(1 + \frac{e^{T/T_1}}{1 - z^{-1}}) \tag{23}$$

Порівняння членів і коефіцієнтів в цьому регуляторі з загальним представленням дискретного ПІ-регулятора

$$D(z) = Kp\left[1 + \frac{T}{Tu\left(1 - z^{-1}\right)}\right] \tag{24}$$

дає наступні оптимальні параметри налаштувань дискретного ПІ-регулятора за методом Калмана при довільному K:

$$Kp_{opt} = \frac{1}{Ko(e^{T/T_1} - 1)(K + 2 - x_1)};$$

$$Tu_{opt} = \frac{T}{e^{T/T_1} - 1};$$

II. Об’єкт має передатну функцію

Імпульсна передатна функція ПНЧ об’єкта має вигдял

$$Wp(z) = \frac{P(z)}{Q(z)} = \frac{\left(\frac{C_3}{C_3 + C_4} + \frac{C_4}{C_3 + C_4} z^{-1}\right) z^{-(k+1)}}{\frac{1}{K_1(C_3 + C_4)}\left(1 - a_{p1} z^{-1}\right)\left(1 - a_{p2} z^{-1}\right)}; \quad (26)$$

$$P(z) = \left(\frac{C_3}{C_3 + C_4} + \frac{C_4}{C_3 + C_4} z^{-1}\right) z^{-(k+1)}; \quad (27)$$

$$Q(z) = \frac{1}{K_1(C_3 + C_4)}\left(1 - a_{p1} z^{-1}\right)\left(1 - a_{p2} z^{-1}\right); \quad (28)$$

$$C_3 = 1 + \frac{T_2 a_{p2} - T_1 a_{p1}}{T_1 - T_2};\ a_{p1} = e^{-T/T_1}; \quad (29)$$

$$C_4 = a_{p1} a_{p2} + \frac{T_2 a_{p1} - T_1 a_{p2}}{T_1 - T_2};\ a_{p2} = e^{-T/T_2}. \quad (30)$$

Після підстановки в формулу (12) виразів (27) і (28) алгоритм керування приймає вигляд

$$D(z) = \frac{1}{K_1\left(C_3 + C_4\right)} \frac{\left(1 - a_{p1} z^{-1}\right)\left(1 - a_{p2} z^{-1}\right)}{1 - \frac{C_3}{C_3 + C_4} z^{-(k+1)} - \frac{C_4}{C_3 + C_4} z^{-(k+2)}}. \quad (31)$$

При $z = -1$, як показали дослідження, в керувальному діянні при перехідному процесі, викликаному ступінчатою зміною уставки регулятора, з’являються затухаючі коливання, котрі являються дуже небажаними для виконавчого механізму. Для усунення цих коливань виконаємо наступне. Позначимо

$$\frac{C_3}{C_3+C_4}=x_2;\ \frac{C_4}{C_3+C_4}=1-x_2;$$

$$1-x_2z^{-k-1}-\left(1-x_2\right)z^{-k-2}=$$

$$=\left(1-z^{-1}\right)\left[1+z^{-1}+z^{-2}+...+z^{-k}+\left(1-x_2\right)z^{-k-1}\right]. \qquad (32)$$

Підставивши в праву частину (32) замість $z=+1$, а $(1-z^{-1})$ залишивши без змін, отримаємо такий вираз для $D\left(z\right)$:

$$D\left(z\right)=\frac{e^{T/T_1}+e^{T/T_2}-2}{K_1(e^{T/T_1}-1)\left(e^{T/T_2}-1\right)\left(2+K-x_2\right)}\times$$

$$\times\left[1+\frac{\left(1-e^{T/T_1}\right)\left(1-e^{T/T_2}\right)}{\left(e^{T/T_1}+e^{T/T_2}-2\right)\left(1-z^{-1}\right)}+\frac{1-z^{-1}}{\left(e^{T/T_1}+e^{T/T_2}-2\right)}\right]. \qquad (33)$$

Порівняння членів в цьому рівнянні з загальним поданням ПІД-регулятора в дискретній формі:

$$D\left(z\right)=Kp\left[1+\frac{T}{Tu\left(1-z^{-1}\right)}+\frac{Tg}{T}\left(1-z^{-1}\right)\right] \qquad (34)$$

показує, що налаштувальні параметри Kp, Tu, Tg можна записати так:

$$Kp_{opt}=\frac{e^{T/T_1}+e^{T/T_2}-2}{K_1\left(e^{T/T_1}-1\right)\left(e^{T/T_2}-1\right)\left(2+K-x_2\right)};Tu_{opt}=\frac{\left(1-e^{T/T_1}\right)\left(1-e^{T/T_2}\right)}{e^{T/T_1}+e^{T/T_2}-2}$$

$$Tg_{opt}=\frac{1}{e^{T/T_1}+e^{T/T_2}-2}.$$

Завдання до контрольної роботи

Розрахувати імпульсну передатну функцію і програмуючу функцію для дискретного регулятора Калмана для об'єкту заданого передатною функцією

$$W_{об}(p) = \frac{K_{об} e^{-p\tau}}{T_{об} p + 1}$$

при передатній функції замкненої систми

$$W_{з}(p) = \frac{e^{-p\tau}}{T_{з} p + 1}$$

Таблиця 1 – Вихідні дані до завдання

Варіант*	$K_{об}$	$T_{об}$, с	$T_{з}$, с	τ, с	Варіант*	$K_{об}$	$T_{об}$, с	$T_{з}$, с	τ, с
1	0,63	7	5	4	19	0,5	2	1	0,5
2	5,78	10	7	2	20	1,68	2	0,4	3
3	0,92	6	5	4	21	0,84	3	2	2
4	0,54	10	4	0	22	0,71	1	4	2
5	0,65	5	3	1	23	0,68	0,8	0,6	0,1
6	2,8	6	4	2	24	2,78	2	0,5	1
7	0,77	0,5	0,2	0,1	25	0,92	2	0,4	1
8	0,82	0,3	0,1	0,1	26	0,54	5	1	1
9	0,67	1	0,6	0,1	27	0,65	1	0,4	0,1
10	1,58	3	1	2	28	3,8	3	2	1
11	0,94	5	2	0,5	29	0,77	10	7	2
12	0,65	1	0,5	0,2	30	0,68	30	0,6	0
13	5,8	5	4	2	31	1,78	8	0,7	1
14	1,77	3	2	1	32	0,92	4	1,5	3
15	4,82	11	5	3	33	0,54	3	0,9	2
16	2,67	0,6	0,4	0,2	34	1,65	15	5,5	1
17	3,58	3	1	2	35	3,8	9	4	0,1
18	3,94	2,7	1	0,5	36	0,77	50	20	5

* Номер варіанту відповідає номеру у відомості.

Приклад 1. Аперіодичний об'єкт першого порядку з запізненням

Розрахунок цифрових регуляторів методом KALMAN ALGORITHM

Передатна функція обєкта керування має вигляд

$$Wob(P) = \frac{Kob \cdot e^{-P*\tau}}{(T1 \cdot P + 1)}$$

Для розрахунку цифрового регулятора введіть значення:

Коефіцієнт передачі об'єкта - $Kob := 1$

Стала часу об'єкта - $T1 := 1$

Час транспортного запізнення - $TAY := 10$

Період дискретизації - $T := 1$

$$K := \mathrm{floor}\left(\frac{TAY}{T + 0.5}\right)$$

$$A := 1 - \frac{(TAY - K \cdot T)}{T}$$

$$C1 := 1 - e^{\left(A \cdot \frac{T}{T1}\right)} \qquad C2 := e^{\left(-A \cdot \frac{T}{T1}\right)} - e^{\left(\frac{-T}{T1}\right)}$$

$$X1 := \frac{C1}{(C1 + C2)}$$

$$Ti := \frac{T}{e^{\left(\frac{T}{T1}\right)} - 1}$$

$$Kr := \frac{1}{\left[Kob \cdot \left(e^{\frac{T}{T1}} - 1\right) \cdot (K + 2 - X1)\right]}$$

Значення налаштувань цифрового регулятора:

$Kr = 0.073$ $\qquad$ $Ti = 0.582$

Приклад 2. Аперіодичний об'єкт другого порядку з запізненням

Розрахунок цифрових регуляторів методом KALMAN ALGORITHM

Передатна функція обєкта керування має вигляд

$$Wob(P) = \frac{Kob \cdot e^{-P*\tau}}{(T1 \cdot P + 1) \cdot (T2 * P + 1)}$$

Для розрахунку цифрового регулятора введіть значення:

Коефіцієнт передачі об'єкта - $\quad Kob := 1$

Сталі часу об'єкта - $\quad T1 := 1 \quad T2 := 1$

Час транспортного запізнення - $\quad TAY := 10$

Період дискретизації - $\quad T := 1$

$$K := \mathrm{floor}\left(\frac{TAY}{T + 0.5}\right)$$

$$Ar1 := e^{\left(\frac{-T}{T1}\right)} \qquad Ar2 := e^{\left(\frac{-T}{T2}\right)}$$

$$C3 := 1 + \frac{T2 \cdot Ar2 - T1 \cdot Ar1}{T1 - T2} \qquad C4 := Ar1 \cdot Ar2 + \frac{(T2 \cdot Ar1 - T1 \cdot Ar2)}{T1 - T2}$$

$$X2 := \frac{C3}{C3 + C4}$$

$$Ti := \frac{\left[1 - e^{\left(\frac{T}{T1}\right)}\right] \cdot \left(1 - e^{\frac{T}{T2}}\right)}{e^{\frac{T}{T1}} + e^{\frac{T}{T2}} - 2}$$

$$Kr := e^{\frac{T}{T1}} + e^{\frac{T}{T2}} - 2$$

$$Kr := \frac{Kr}{\left[Kob \cdot \left(e^{\frac{T}{T1}} - 1\right) \cdot \left(e^{\frac{T}{T2}} - 1\right) \cdot (2 + K - X2)\right]} \qquad Td := \frac{1}{e^{\frac{T}{T1}} + e^{\frac{T}{T2}} - 2}$$

Значення налаштувань цифрового регулятора:

$Kr = 0.163 \quad Ti = 0.859 \quad Td = 0.291$

Література

1. Кваско М.З., Піргач М.С., Аверіна Т.А. Проектування і розрахунок дискретних автоматичних систем керування технологічними процесами [Текст]: навч. посіб. - К.: НМЦ ВО, 2000.-248с. – Бібліогр.: с. 240-243.-200 пр. – ISBN 966-622-001-6.

2. Кваско М.З. Проектування і дослідження дискретних систем автоматичного керування технологічними процесами [Текст]: навч. посіб. // М.З. Кваско, М.С. Піргач, Т.В. Аверіна. – К.: ІВЦ «Видавництво ”Політехніка”», 2003.-360с. – Бібліогр.: с. 60-61; с.130; с. 192; с.237-238; с.263; с.307-309; с.339-340.-200 пр. – ISBN 966-622-116-0.

3. Кваско М.З. Математичне моделювання та ідентифікація одно- та багатовимірних систем [Текст]: навч. посіб. // М.З. Кваско, Л.Р. Ладієва, М.С. Піргач. – К.: НТУУ «КПІ», 2006. – 368с. Бібліогр.: с. 277-278. - 200 пр. – ISBN 966-622-211-6.

4. Бесекерский В.А. Системы автоматического управления с микро-ЭВМ. // В.А. Бесекерский, В.В. Израинцев – М.: Наука. Главн. ред. физ.- мат. лит., 1987. – 320 с.

5. Забашта Ю.П. Микропроцессорные системы управления.// Ю.П. Забашта, Б.Б. Самотокин – К.: УМК ВО, 1989. – 83 с.

6. Пиргач Н.С. Автоматическое регулирование и регуляторы в целюлозно-бумажной, деревообрабатывающей и лесохимической промышленности // Н.С. Пиргач, В.С. Пиргач – М.: Лесная промышленность, 1983. –262 с.

7. Иващенко Н.Н. Автоматическое регулирование // Н.Н. Иващенко. – М.: Машиностроение, 1978. – 735 с.