

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ, МОЛОДІ ТА СПОРТУ УКРАЇНИ  
НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ  
„Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського”

**АВТОМАТИЗОВАНІ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНІ КОМПЛЕКСИ-1.  
ТЕХНОЛОГІЧНІ ОБ’ЄКТИ КЕРУВАННЯ**

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних та лабораторних занять для студентів напрямку підготовки:  
6.050202  
„Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології”

*Рекомендовано Вченою радою інженерно-хімічного факультету*

Київ  
НТУУ “КПІ ім. Ігоря Сікорського”  
2017

Автоматизовані хіміко-технологічні комплекси-1. Технологічні об'єкти керування: Метод. вказівки до практ. та лаб. занять для студ. напрямку підготовки: 6.050202 „Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології” / Уклад.: З.Я.Козаневич,— К. : НТУУ ”КПІ”, 2017. – 55 с.

*Гриф надано Вченою радою ІХФ  
(Протокол № від 2017р.)*

Навчальне видання

АВТОМАТИЗОВАНІ ХІМІКО-ТЕХНОЛОГІЧНІ КОМПЛЕКСИ-1. ТЕХНОЛОГІЧНІ  
ОБ'ЄКТИ КЕРУВАННЯ

Методичні вказівки до практичних та лабораторних занять для студентів напрямку підготовки: 6.050202 „Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології”

Укладач: Козаневич Звенислава Ярославівна, канд. техн. наук, ст. наук. співр.

Відповідальний

редактор

А.І. Жученко, докт. техн. наук, проф.

Рецензент

А.Р. Степанюк, канд. техн. наук, доц.

Авторська редакція

## ЗМІСТ

Вступ.....	4
Заняття № 1. Методика аналітичного складання і дослідження математичної моделі ТОК на практичних і лабораторних заняттях .....	5
Заняття № 2.Складання математичної моделі та дослідження збірника рідини як технологічного об'єкту керування.....	8
Заняття № 3.Складання математичної моделі та дослідження процесу змішування рідин в проточній ємності як ТОК.....	14
Заняття № 4 Складання математичної моделі та дослідження випарного апарату як технологічного об'єкту керування .....	20
Заняття № 5...Складання математичної моделі та дослідження парорідинного теплообмінника як технологічного об'єкту керування...	27
Заняття № 6 Складання математичної моделі та дослідження процесу вилучення вуглекислого газу із газової суміші ацетилену та двоокису вуглецю як ТОК.....	34
Заняття № 7 Складання математичної моделі та дослідження біохімічного реактора у виробництві біомаси як ТОК.....	41

## ВСТУП

Практичні та лабораторні заняття з кредитного модуля «Автоматизованя хіміко-технологічні комплекси-1. Технологічні об'єкти керування» призначені для відпрацювання навиків математичного моделювання аналітичними методами різних технологічних об'єктів керування, що використовуються в хімічній технології.

Процес моделювання розпочинається з розгляду конкретного технологічного процесу чи апарату як технологічного об'єкту керування (ТОК). Внаслідок цього аналізу появляється структурно-параметрична схема ТОК, яка дозволяє відслідкувати істотні зв'язки між визначальними параметрами процесу та встановити в наступному кроці основні контури регулювання параметрів. Одночасно відбувається розподіл параметрів ТОК на регульовані, керуючі дії та збурення. Частина збурень, що діють на процес, може бути стабілізованою на попередніх стадіях технологічного процесу і таким чином може перейти з категорії збурень в категорію регульованих величин (параметрів) для даного ТОК.

Створенню математичної моделі передуює встановлення ряду припущень, що матимуть місце при написанні рівнянь балансів мас і енергій як для статичних, так і для динамічних станів ТОК. Зменшення кількості припущень приводить до більш складної, зате більш точної моделі. При практичному використанні завжди слід старатись знайти розумний компроміс між точністю моделі та її складністю, хоча наявність обчислювальної техніки значно розширює границі складності математичних моделей.

## Заняття № 1

# МЕТОДИКА АНАЛІТИЧНОГО СКЛАДАННЯ і ДОСЛІДЖЕННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТОК НА ПРАКТИЧНИХ і ЛАБОРАТОРНИХ ЗАНЯТТЯХ

**Мета роботи** – освоїти методику створення математичних моделей для технологічних об'єктів керування (ТОК) хімічних виробництв аналітичними методами.

*Математична модель* – це система рівнянь, що відображають суть явищ, які протікають в об'єкті моделювання і з допомогою яких можна прогнозувати поведінку об'єкта при зміні вхідних і керуючих впливів (дій).

Система рівнянь математичної моделі записується на основі рівнянь балансів енергій і/або матерії (компонентів суміші).

Рівняння балансів енергії і матерії базуються на твердженні:

***Загальна кількість речовини або енергії, які поступають до ТОК, дорівнює загальній кількості речовин чи енергії, що виходить з ТОК і її кількості, що акумулювалася в ТОК.***

Рівняння статичного режиму (статики) можна отримати з рівнянь динамічного режиму (динаміки) при прийнятті рівними нулю похідних по часі від усіх змінних.

В подальшому будемо розглядати аналітичне складання математичних моделей динаміки різних об'єктів хімічної технології.

Послідовність дій (операцій) при аналітичному моделюванні та дослідженні динаміки ТОК [1]:

1. Визначити межі ТОК;
2. Встановити перелік величин, що характеризують ТОК і будуть присутні в математичній моделі, тобто будуть брати участь в моделюванні; Скласти структурно-параметричну схему ТОК;

3. Визначити внутрішню структуру ТОК, ввести спрощуючі припущення і виділити основні акумулюючі ємності, що впливають на поведінку ТОК в динамічному режимі;
4. Ввести позначення основних параметрів ТОК та його акумулюючих ємностей;
5. Скласти розрахункову схему ТОК;
6. Скласти для кожної акумулюючої ємності рівняння статички у вигляді балансних рівнянь, виходячи з фізичної природи визначальних параметрів ємності;
7. Розв'язати рівняння статички. Визначити числові значення всіх констант та змінних, що задовольняють рівнянням статички;
8. Скласти таблицю числових значень констант та змінних, що входять в рівняння статички, тобто задати основний (початковий, статичний) режим;
9. Рівняння статички (п.6) перетворити в рівняння динаміки акумулюючих ємностей шляхом врахування нагромадження в них речовин чи енергії;
10. Лінеаризувати рівняння динаміки акумулюючих ємностей з використанням розкладання їх складових в ряд Тейлора;
11. Записати рівняння акумулюючих ємностей в канонічній формі (або, за необхідності, у формі Коші);
12. Розрахувати числові значення коефіцієнтів рівнянь динаміки, використовуючи числові значення величин, що вміщені в таблицю (п.8);
13. Отримана система рівнянь динаміки акумулюючих ємностей і буде динамічною моделлю ТОК. Якщо рівняння акумулюючих ємностей записані в канонічній формі, то така система рівнянь дає модель в канонічній (звичайній) формі. Якщо рівняння акумулюючих ємностей записані в формі Коші, то отримаємо модель ТОК в просторі станів.

14. Якщо потрібно отримати одне сумарне рівняння динаміки всього багато ємнісного ТОК, то використовують перетворення за Лапласом змінної часу  $t \rightarrow p$  в системі рівнянь динаміки акумулюючих ємностей (п.13) при нульових початкових умовах, одержавши систему зображуючи рівнянь відносно входів і виходів ТОК;
15. Розв'язати одержану систему зображуючих рівнянь відносно досліджуваного виходу та входів ТОК. Отримати зображення рівняння динаміки ТОК по досліджуваному каналу впливу;
16. Отримати передатні функції за досліджуваними каналами впливу;
17. Дослідити наявність внутрішніх перехресних зв'язків в ТОК;
18. На основі передатних функцій, використовуючи зворотне перетворення за Лапласом  $p \rightarrow t$  одержати перехідні характеристики ТОК за досліджуваними каналами впливу (канали збурення, завдання та керування);
19. Записати передатні функції розширеного ТОК (з врахуванням передатних функцій датчика і виконавчого механізму) за каналами керування і збурення;
20. Вибрати параметри настроювання П- та ПІ-регуляторів за методами Ціглера-Нікольса та М-кола, враховуючи передатні функції розширеного ТОК;
21. Порівняти перехідні характеристики замкнених систем регулювання з параметрами настроювання, отриманими різними методами;
22. Дослідити вплив зміни навантаження на ТОК (20% збільшення/зменшення основного технологічного потоку) на якість перехідних характеристик в розглянутих замкнених системах регулювання.

Пункти 1-11 та 13-17 виконуються на практичних заняттях, а пункти 12, 18-22 – на лабораторних заняттях (комп'ютерний практикум) з використанням MathCAD.

## Заняття № 2.

# СКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ЗБІРНИКА РІДИНИ ЯК ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБ'ЄКТУ КЕРУВАННЯ

**Мета** – навчитися отримувати модель об'єкту аналітичним шляхом, дослідження характеристик ТОК та системи керування

### 2.1 Хід роботи та початкові дані:

1. Ознайомитися з об'єктом дослідження.
2. Розглянути етапи побудови математичної моделі.
3. На практичних заняттях виконати п.п. 1-11 та 13-18.
4. На лабораторних заняттях (комп'ютерний практикум) виконати п.п. 12 та 19-22.
5. Для кожної бригади витрата рідини, що надходить до збирача, визначається як  $Q_{ni}^0 = (2 + i) \text{ м}^3/\text{с}$ , де  $i$  – номер бригади. Решта параметрів статичного режиму однакові.
6. Динамічні характеристики датчика і виконавчого механізму : як датчик, так і виконавчий механізм апроксимовані аперіодичними ланками 1-го порядку з коефіцієнтами підсилення  $K_d = K_{вм} = 1$  і постійними часу відповідно  $T_d = 1 \text{ с}$  і  $T_{вм} = 5 \text{ с}$ .

### 2.2 Номінальні значення параметрів ТОК у статичному режимі:

- витрата рідини, що надходить до збірника рідини  
 $Q_n^0 = 2 \text{ м}^3/\text{с}$
- площа поперечного перерізу збірника  $F = 31.7 \text{ м}^2$
- рівень рідини у збірнику  $h^0 = 0.63 \text{ м}$
- площа поперечного перерізу регулюючого органу (РО)  
 $f^0 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2$



## 2.3 Збірник рідини як об'єкт керування рівня

Нехай у процесі проектування виникає потреба в регулюванні рівня рідини в збірнику. Для створення такої системи керування треба мати конкретну математичну модель збірника рідини як структурного елементу системи регулювання. В цьому ТОК може бути потреба в керуванні і іншими технологічними параметрами, але тепер нас буде цікавити тільки регулювання рівня в збірнику рідини.

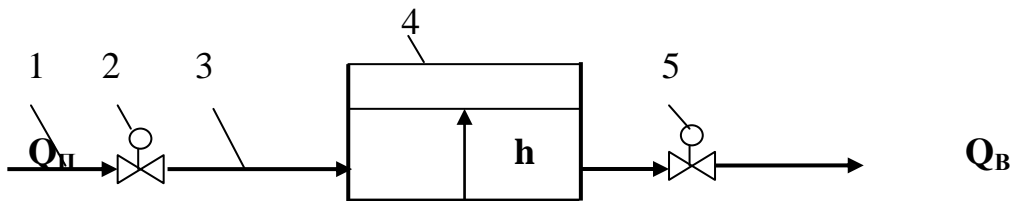


Рис. 2.1 Розрахункова схема збірника рідини: 1,3 – ділянки трубопроводів; 2, 5 – регулюючі органи; 4 – збірник рідини;  $Q_{in}$  – витрата вхідного потоку;  $Q_{out}$  – витрата вихідного потоку.

У системі рідина трубопроводом 1 через регулюючий орган (РО) 2 і ділянку трубопроводу 3 подається в збірник рідини 4, з якого через РО 5 – на виробництво. За допомогою РО2 та РО5 у збірнику встановлюється певний рівень рідини  $h$ . Якщо на виробництві потрібна збільшена витрата рідини  $Q_{out}$  то відкривається РО5, що викличе зменшення рівня  $h$  рідини в збірнику 4. Зменшення рівня рідини в збірнику приведе до необхідності відкриття РО2 і збільшення витрати вхідного потоку  $Q_{in}$ . Таким чином рівень рідини  $h$  в збірнику реагує як на положення РО2, так і на положення РО5.

Надалі будемо вважати зміну вхідного потоку  $Q_{in}$  внаслідок зміни положення РО2 керуючою дією (керуванням), а зміну положення РО5, в результаті чого змінюється поперечний переріз потоку і витрата  $Q_{out}$  – збурюючою дією (збуренням).

Рівень  $h$  – регульована величина.

## 2.4 Опис збірника рідини диференціальним рівнянням

Якщо РО2 розташований недалеко від збірника так що акумулюючою ємністю ділянки 3 трубопровода можна знехтувати, то перехідний режим роботи збірника рідини можна описати на основі матеріального балансу рідини.

### *Диференціальне рівняння системи*

Нехай РО 2 (рис. 2.1, а) розміщено біля збірника рідини 3. У цьому випадку перехідний режим роботи системи можна описати так:

$$\frac{dV}{dt} = Q_n - Q_e \quad (2.1)$$

де  $Q_n$ ,  $Q_e$  і  $V$  - витрата рідини, що подається до збірника, витрата рідини, яка відводиться із збірника і об'єм рідини у збірнику відповідно.

Об'єм рідини у збірнику

$$V = Fh, \quad (2.2)$$

де  $F$  і  $h$  - площа поперечного перерізу збірника і рівень рідини в ньому. Витрата рідини, що проходить через РО5:

$$Q_e = \alpha f \sqrt{2gh}, \quad (2.3)$$

де  $f$  - площа поперечного перерізу РО;  $g$  - прискорення сили тяжіння,  $\alpha$  - витратний коефіцієнт.

Підставивши вирази (2.2) і (2.3) у рівняння (2.1), маємо:

$$F \frac{dh}{dt} + \alpha f \sqrt{2gh} = Q_n \quad (2.4)$$

Диференціальне рівняння (2.4) є нелінійним диференціальним рівнянням, оскільки змінна  $h$  входить під знак радикала. Таке рівняння дає математичний опис збірника, але воно не придатне для подальшого аналізу й використання. Для отримання лінійного диференціального рівняння, за допомогою якого можна встановити відповідні властивості збірника, лінеаризуємо нелінійне диференціальне рівняння (2.4).

Для цього запишемо рівняння (2.4) у відхиленнях

$$\frac{d\Delta V}{dt} = \Delta Q_n(t) - \Delta Q_e(t), \quad (2.5)$$

де  $\Delta V$ ,  $\Delta Q_n(t)$ ,  $\Delta Q_e(t)$  - відхилення змінних  $V(t)$ ,  $Q_n(t)$ ,  $\Delta Q_e(t)$  від їх усталених значень  $V^0$ ,  $Q_n^0$ ,  $Q_e^0$ , тобто

$$V(t) = V^0 + \Delta V$$

$$Q_n(t) = Q_n^0 + \Delta Q_n(t)$$

$$Q_e(t) = Q_e^0 + \Delta Q_e(t)$$

Оскільки витрата рідини  $Q_B(t) = \varphi[h(t), f(t)]$ , то

$$\Delta Q_B(t) = \left(\frac{\partial Q_B}{\partial h}\right)^0 \Delta h(t) + \left(\frac{\partial Q_B}{\partial f}\right)^0 \Delta f. \quad (2.6)$$

Із формули (2.3) визначаємо частинні похідні, що входять до виразу (2.6):

$$\left(\frac{\partial Q_B}{\partial h}\right)^0 = \alpha f^0 \frac{1}{2} (2gh^0)^{\frac{1}{2}-1}$$

або

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\partial Q_B}{\partial h}\right)^0 \\ &= \alpha f^0 \frac{2g}{2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2gh^0}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

де  $f^0$  і  $h^0$  – усталені значення площі поперечного перерізу РО і рівня рідини. Індекс «0» вказує на статичний режим, тобто значення частинних похідних беруться в точці статичного режиму

Помножимо чисельник і знаменник виразу (2.7) на  $\sqrt{2gh^0}$ . Тоді перша похідна:

$$\left(\frac{\partial Q_B}{\partial h}\right)^0 = \alpha f^0 \frac{1}{2} \frac{\sqrt{2gh^0}}{\sqrt{2gh^0}} \cdot \frac{2g}{\sqrt{2gh^0}} = \frac{1}{2} \frac{Q_B^0}{h^0}. \quad (2.8)$$

Аналогічним методом визначаємо іншу частинну похідну:

$$\left(\frac{\partial Q_B}{\partial f}\right)^0 = \alpha \sqrt{2gh^0} \frac{f^0}{f^0} = \frac{Q_B^0}{f^0} \quad (2.9)$$

Підставимо вирази (2.8) і (2.9) у рівняння (2.5). Тоді

$$\Delta Q_B^0(t) = \frac{1}{2} \frac{Q_B^0}{h_0} \Delta h(t) + \frac{Q_B^0}{f^0} \Delta f(t). \quad (2.10)$$

Підставимо вираз (2.10) у рівняння (2.5). Тоді

$$F \frac{d\Delta h}{dt} + \frac{1}{2} \frac{Q_B^0}{h_0} \Delta h(t) = \Delta Q_{\Pi} - \frac{Q_B^0}{f^0} \Delta f(t). \quad (2.11)$$

Рівняння (2.11) зведемо до стандартної (канонічної) форми, тобто до такої, коли коефіцієнт при вихідній змінній дорівнює одиниці. Отже,

$$T_0 \frac{d\Delta h}{dt} + \Delta h(t) = k_0 \Delta Q_{\Pi}(t) - k_f \Delta f(t) \quad (2.12)$$

де  $T_0 = \frac{2Fh^0}{Q_B^0}$  – стала часу збирача рідини;

$k_0 = \frac{2h^0}{Q_B^0}$  – коефіцієнт підсилення каналу керування;

$k_f = \frac{2h^0}{f^0}$  – коефіцієнт підсилення каналу збурення.

Лінійне диференціальне рівняння (2.12) у відхиленнях (від значень статичного режиму) у загальному вигляді записують так:

$$T_0 \frac{dy}{dt} + y(t) = k_0 u(t) - k_f f(t), \quad (2.13)$$

де  $\Delta h(t) = y(t)$ ;  $\Delta Q_{\Pi}(t) = u(t)$ , а  $\Delta f(t) = f(t)$ .

Диференціальне рівняння (2.13) описує поведінку системи у динамічному режимі. Якщо керувальне діяння (керуюча дія)  $u(t)$  збільшити, то рівень рідини  $y(t)$  зростає, якщо збурююча дія (збурення)  $f(t)$  збільшується, то рівень падає. Це видно із знаків перед відповідними складовими і відповідає фізичній сутності процесу.

Для подання системи відповідними передатними функціями треба диференціальне рівняння (2.13) записати в операторній формі : тобто після перетворення за Лапласом змінної часу  $t \rightarrow p$

$$(T_0 + 1)u(p) = k_0 u(p) - k_f f(p), \quad (2.14)$$

де  $y(p)$ ,  $u(p)$  і  $f(p)$  – зображення за Лапласом вихідної змінної, керувального і збурю вального дій;  $p$  – оператор Лапласа.

Тоді передана функція каналу керування «витрата рідини  $Q_{\Pi}$  – рівень рідини  $h$ » (канал 11)

$$W_{11}(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{k_0}{1 + T_0 p}. \quad (2.15)$$

Відповідно, передатна функція каналу збурення «площа поперечного перерізу РО  $f$  – рівень рідини  $h$ » (канал 21)

$$W_{21}(p) = \frac{y(p)}{f(p)} = \frac{k_f}{1 + T_0 p}. \quad (2.16)$$

Передатна функція розширеного ТОК за каналом керування

$$W_{p11}(p) = W_d(p) \cdot W_{11}(p) \cdot W_{BM2}(p) \quad (2.17)$$

де  $W_d(p)$ , і  $W_{BM2}(p)$  – передатні функції датчика рівня і виконавчого механізму регулюючого органу РО2.

Аналогічно передатна функція розширеного ТОК за каналом збурення

$$W_{p21}(p) = W_d(p) \cdot W_{11}(p) \cdot W_{BM5}(p) \quad (2.18)$$

де  $W_d(p)$ , і  $W_{BM5}(p)$  – передатні функції датчика рівня і виконавчого механізму регулюючого органу РО5.

### Заняття № 3.

## СКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ЗМІШУВАННЯ РІДИН В ПРОТОЧНІЙ ЄМНОСТІ ЯК ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБ'ЄКТУ КЕРУВАННЯ

*Мета* – розглянути проточний змішувач як технологічний об'єкт керування (ТОК) та навчитися отримувати його математичну модель аналітичним шляхом, дослідити характеристики ТОК та системи керування.

### 3.1 Хід роботи:

7. Ознайомитися з об'єктом дослідження.
8. Розглянути етапи побудови математичної моделі.
9. На практичних заняттях виконати п.п. 1-11 та 13-18.
10. На лабораторних заняттях (комп'ютерний практикум) виконати п.п. 12 та 19-23.
11. Додаткові зауваження:
  - навантаженням на змішувач будемо вважати витрату першого розчину  $Q_1$ ;
  - при зміні навантаження будуть змінюватися і інші параметри нового статичного режиму (в даному випадку  $Q_{20}$ ), їх потрібно розрахувати і внести в таблицю параметрів статичного режиму (фактично її змінити);
  - для визначення передатних функцій розширеного ТОК (тобто з врахуванням динамічних властивостей датчика та виконавчого механізму) приймемо, що передатні функції датчика та виконавчого механізму апроксимовані аперіодичними ланками 1-го порядку з коефіцієнтами підсилення  $K_d = K_{vm} = 1$  та постійними часу  $T_d = 5\text{с}$  і  $T_{vm} = 10\text{с}$  відповідно.

- для першої бригади збільшення навантаження взяти 10%, для другої 20%, третьої 30% і т.д.

### **3.2 Процес змішування в проточній ємності як технологічний об'єкт керування**

Процеси змішування розчинів широко використовуються на різних стадіях хімічних виробництв, де необхідно постійно отримувати розчини певної концентрації з двох або більше потоків, які мають різну концентрацію.

Розглянемо випадок, коли в змішувач поступають два потоки розчину КСІ з витратами  $Q_1$  та  $Q_2$  і концентраціями  $c_1$  та  $c_2$  відповідно. На виході зі змішувача необхідно підтримувати задану концентрацію  $c$ .

Допущення:

1. Змішувач приймається як апарат ідеального перемішування завдяки наявності мішалки;
2. Робочий об'єм змішувача постійний (при наявності переливу або діючого регулятора рівня);
3. Перший потік незалежний (наприклад, рециркуляція чи необхідність використання всього потоку за технологічними вимогами), другий потік з постійною концентрацією ( $c_2 = \text{const}$ ) використовується для отримання заданої концентрації КСІ на виході зі змішувача  $c$ .
4. Середня концентрація КСІ в змішувачі дорівнює його концентрації на виході  $c$ .

*Визначальним параметром (вихідною, регульованою величиною)* такого змішувача є концентрація КСІ на виході з нього  $c$ .

*Керуючою дією* (керувальним впливом) є витрата  $Q_2$ .

*Збуреннями* при регулюванні  $c$  за допомогою  $Q_2$  є параметри першого потоку – витрата  $Q_1$  та концентрація  $c_1$ .

### 3.3 Рівняння матеріального балансу

Рівняння матеріального балансу змішувача по KCl:

$$V \frac{dc}{dt} = Q1 \cdot c1 + Q2 \cdot c2 - (Q1 + Q2) \cdot c \quad (3.1)$$

### 3.4 Лінеаризація рівняння матеріального балансу

Змінні, що підлягають лінеаризації:  $Q1, Q2, c, c1$ .

Значення змінних у їх відхиленнях від статичного режиму (індекс «0» означає значення параметру в статичному режимі):

$$Q1 = Q10 + \Delta Q1,$$

$$Q2 = Q20 + \Delta Q2,$$

$$c = c0 + \Delta c,$$

$$c1 = c10 + \Delta c1. \quad (3.2)$$

Для лінеаризації (3.1) використаємо формулу приросту функції багатьох змінних  $f(x1, x2, \dots, xn)$  в точці  $(x10, x20, \dots, xn0)$ :

$$\Delta f(x1, x2, \dots, xn) = \sum_{i=1}^{i=n} \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)_{xi0} \Delta x_i \quad (3.3)$$

Застосуємо (3.3) до рівняння балансу (3.1):

$$V \frac{d\Delta c}{dt} = Q10\Delta c1 + c10\Delta Q1 + c20\Delta Q2 - (Q10 + Q20)\Delta c - c0\Delta Q1 - c0\Delta Q2 \quad (3.4)$$

Після зведення подібних членів отримуємо рівняння у відхиленнях, тобто лінеаризоване рівняння

$$V \frac{d\Delta c}{dt} + (Q10 + Q20)\Delta c = Q10\Delta c1 + (c10 - c0)\Delta Q1 + (c20 - c0)\Delta Q2 \quad (3.5)$$

### 3.5 Рівняння в безрозмірному виді змінних

Для приведення до безрозмірного виду змінних введемо наступні позначення:

- для регульованої величини

$$\varphi = \Delta c / c0, \text{ тобто } \Delta c = c0 \cdot \varphi; \quad (3.6)$$



- для керуючої дії

$$\mu = \Delta Q_2 / Q_{20}, \text{ тобто } \Delta Q_2 = Q_{20} \cdot \mu; \quad (3.7)$$

- для збурень

$$\lambda_1 = \Delta Q_1 / Q_{10}, \text{ тобто } \Delta Q_1 = Q_{10} \cdot \lambda_1; \quad (3.8)$$

$$\lambda_2 = \Delta c_1 / c_{10}, \text{ тобто } \Delta c_1 = c_{10} \cdot \lambda_2. \quad (3.9)$$

Підставивши (3.6) – (3.9) в (3.5) отримаємо рівняння в безрозмірному виді змінних:

$$V c_0 \frac{d\varphi}{dt} + (Q_{10} + Q_{20}) c_0 \varphi = Q_{10} c_{10} \lambda_2 + (c_{10} - c_0) Q_{10} \lambda_1 + (c_{20} - c_0) Q_{20} \mu \quad (3.10)$$

### 3.6 Перетворення за Лапласом змінної часу

Внаслідок перетворення за Лапласом змінної часу  $t \rightarrow p$  при нульових початкових умовах поміняються аргументи в змінних:

$$\varphi(t) \rightarrow \varphi(p),$$

$$\mu(t) \rightarrow \mu(p),$$

$$\lambda_1(t) \rightarrow \lambda_1(p),$$

$$\lambda_2(t) \rightarrow \lambda_2(p). \quad (3.11)$$

Враховуючи (3.11), рівняння (6.10) матиме вид:

$$[V c_0 p + (Q_{10} + Q_{20}) c_0] \varphi(p) = Q_{10} c_{10} \lambda_2(p) + (c_{10} - c_0) Q_{10} \lambda_1(p) + (c_{20} - c_0) Q_{20} \mu(p). \quad (3.12)$$

### 3.7 Рівняння в канонічній формі і в формі Коші

Для приведення рівняння (3.12) до канонічної форми треба мати коефіцієнт 1 при доданку з  $\varphi$ , тобто поділити обидві частини цього рівняння на  $(Q_{10} + Q_{20}) c_0$ .

Введемо позначення

$$T = \frac{V}{Q_{10} + Q_{20}}; \quad (3.13)$$

$$K1 = \frac{(c10-c0)Q10}{(Q10+Q20)c0}; \quad (3.14)$$

$$K2 = \frac{Q10c10}{(Q10+Q20)c0}; \quad (3.15)$$

$$K\mu = \frac{(c20-c0)Q20}{(Q10+Q20)c0}. \quad (3.16)$$

Враховуючи (3.13)-(3.16), отримаємо рівняння математичної моделі змішувача (3.12) в канонічній формі:

$$(T\tau + 1)\varphi = K1\lambda1 + K2\lambda2 + K\mu\mu \quad (3.17)$$

Залишивши в формулі (3.17) зліва тільки зображення першої похідної і зробивши зворотнє перетворення за Лапласом, отримаємо математичну модель в формі Коші:

$$T \frac{d\varphi}{dt} = -\varphi + K\mu\mu + K1\lambda1 + K2\lambda2 \quad (3.18)$$

### 3.8 Визначення коефіцієнтів рівняння

Для визначення коефіцієнтів рівняння використовуються значення параметрів в основному статичному режимі, які наведені в таблиці 3.1

Таблиця 3.1

Значення параметрів в основному статичному режимі

№ п/ п	Назва параметру	Позначення (ідентифікатор)	Одиниця вимірювання	Значення
1	Об'єм розчину в змішувачі	V	м3	5
2	Концентрація КСІ в потоці 1	c10	кг/м3	0.1
3	Концентрація КСІ в потоці 2	c20	кг/м3	10
4	Концентрація КСІ на виході зі змішувача	c0	кг/м3	5
5	Витрата потоку 1	Q10	м3/год	5
6	Витрата потоку 2	Q20	м3/год	4.9

Згідно рівнянь (3.13)-(3.16) одержимо наступні значення коефіцієнтів:

$$T = 0,505 \text{ год} = 30,3 \text{ хв};$$

$$K_{\mu} = 0,495;$$

$$K_1 = - 0,495;$$

$$K_2 = 0,01.$$

Враховуючи значення отриманих коефіцієнтів, рівняння в безрозмірних змінних (3.17) буде

$$(30,3p + 1)\varphi = - 0,495\lambda_1 + 0,01\lambda_2 + 0,495\mu \quad (3.19)$$

### 3.9 Передатні функції за каналами збурення і керування

В подальшому будемо розглядати передатні функції

- за каналом збурення  $\lambda_2 \rightarrow \varphi$ :

$$W_{zb}(p) = \frac{\varphi(p)}{\lambda_2(p)} = \frac{0,01}{30,3p+1} \quad (3.20)$$

- та керування  $\mu \rightarrow \varphi$ :

$$W_k(p) = \frac{\varphi(p)}{\mu(p)} = \frac{0,495}{30,3p+1}. \quad (3.21)$$

## Заняття № 4

# СКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ВИПАРНОГО АПАРАТУ ЯК ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБ'ЄКТУ КЕРУВАННЯ

Мета – навчитися отримувати модель об'єкту аналітичним шляхом, дослідження характеристик об'єкту та системи керування.

### 4.1 Хід роботи:

1. Ознайомитися з об'єктом дослідження.
2. Розглянути етапи побудови математичної моделі.
3. На практичних заняттях виконати п.п. 1-11 та 13-18.
4. На лабораторних заняттях (комп'ютерний практикум) виконати п.п. 12 та 18-22.
5. Додаткові дані:
  - навантаженням на випарний апарат (ВА) вважати витрату розчину NaOH на перший випарний апарат F0;
  - дані для розрахунків взяти з таблиці для корпусу 1;
  - при зміні навантаження будуть змінюватися і інші параметри нового статичного режиму, їх потрібно розрахувати і внести в таблицю параметрів статичного режиму (фактично її змінити);
  - випарний апарат розглядати як об'єкт з зосередженими параметрами;
  - при визначенні параметрів моделі перевірити розмірність її складових;
  - для визначення передатних функцій розширеного ТОК (тобто з врахуванням динамічних властивостей датчика та виконавчого механізму) приймемо, що передатні функції датчика та виконавчого механізму апроксимовані аперіодичними ланками 1-го порядку з коефіцієнтами підсилення  $K_d = K_{vm} = 1$  та постійними часу  $T_d = 5c$  і  $T_{vm} = 10c$  відповідно;

- для першої бригади збільшення навантаження взяти 10%, для другої 20%, третьої 30% і т.д.

#### **4.2 Аналіз випарної установки як технологічного об'єкту керування**

Випарюванням називається концентрування розчинів практично не летючих, чи мало летючих речовин в рідких летючих розчинниках. При випарюванні відбувається видалення розчинника із всього об'єму розчину при його температурі кипіння.

Основним параметром, який необхідно стабілізувати в певних межах при автоматизації роботи випарних апаратів, є концентрація розчину на виході.

У всіх випадках цю задачу можна вирішити дією на ті чи інші величини, до яких слід віднести витрату розчину на вході та виході, кількість 21лерува пари, тиск вторинної пари.

Оскільки в випарних установках випаровується велика кількість води, то витрату пари знижують, проводячи 21лерува в багатокорпусній випарній установці. Принцип її дії зводиться до багаторазового використання тепла 21лерува пари, що поступає в перший корпус установки, шляхом обігріву кожного наступного корпусу вторинною (соковою) парою із попереднього корпусу.

Розглянемо установку, що складається з трьох корпусів. Початковий розчин лугу NaOH, нагрітий до температури кипіння, поступає в перший корпус випарної установки, що обігрівається свіжою первинною парою. Вторинна пара ( $W_1$ ) з цього корпусу направляється як гріюча пара в другий корпус, де внаслідок зниженого тиску розчин кипить при нижчій температурі, ніж у першому.

Аналогічно упарений розчин з другого корпусу перетікає самотоком (внаслідок більш низького тиску) в третій корпус, який обігрівається вторинною парою із другого корпусу ( $W_2$ )

В процесі випарювання, на виході апарату третього корпусу отримуємо деякий концентрований розчин NaOH, і вихідною величиною для трьохкорпусної випарної установки є концентрація розчину на виході з третього корпусу .

Кількість випареної води (розчинника) буде залежати від температури в корпусі та від температури сокової (вторинної) пари, що поступає в корпус  $T_{сп.}$  – параметр через який здійснюється керування 22леруваль.

Якість випарювання буде також залежати від кількості розчину, що проходить через корпус, але цей вплив не такий значний, як вплив температури. Кількість розчину, що поступає на випарювання, можливо розглядати як збурюючий вплив або керуючу дію.

Кожен корпус ВУ можна розглядати, як об'єкт з зосередженими параметрами, тобто такий, в якому концентрація і температура розчину в кожній точці однакові.

Випарний апарат є досить складним тепловим об'єктом керування, що має зв'язки між окремими регульованими параметрами.

Для спрощення моделі, приймаємо наступні припущення:

- 1) Нехтуємо втратами тепла в навколишнє середовище, виносом лугу з вторинною парою і зміною теплоти пароутворення в межах апарату;
- 2) Приймаємо лінійну залежність температури кипіння розчину від концентрації при незмінному тиску;
- 3) Вважаємо постійним об'єм розчину в апараті  $V$ , тобто об'єм, що займає в ньому рідка фаза;
- 4) Температура розчину, що поступає на випарку, дорівнює температурі кипіння розчину в апараті, а коефіцієнт теплопередачі залишається незмінним.
- 5) ВА використовується для випарювання  $F0 = 40000$ кг/год (11,12 кг/с) водного розчину NaOH від початкової концентрації  $x0 = 5\%$  до кінцевої  $x1 = 6,88\%$ .
- 6) Витрата випареної води  $W1 = 3,04$  кг/с.

- 7) Випарювання відбувається за принципом прямого току.
- 8) Відбір екстрапарі відсутній.
- 9) Розчин поступає в ВА підігрітим до температури кипіння.

*Визначальним параметром (вихідною, регульованою величиною) ВА є концентрація упареного розчину NaOH в ньому (і на виході з нього)  $x1$ .*

*Керуючою дією (керувальним впливом) є витрата розчину NaOH на вході в ВА  $F0$ .*

*Збуренням при регулюванні  $x1$  за допомогою  $F0$  є концентрація NaOH на вході в ВА  $x0$ .*

*Додаткові проміжні змінні (параметри стану) – кількість випареного розчинника (води)  $W1$  та температура кипіння розчину  $\theta$ .*

### 4.3 Рівняння балансів

1. Рівняння матеріального балансу ВА при припущенні  $V = \text{const}$ :

$$F0 - F1 - W1 = 0, \quad (4.1)$$

де  $F1$  – витрата упареного розчину з ВА.

- З (4.1) знаходимо:

$$F1 = F0 - W1. \quad (4.2)$$

2. Рівняння матеріального балансу ВА по NaOH:

$$F0 \cdot x0 - (F0 - W1) \cdot x1 = V \cdot \rho1 \cdot \frac{dx1}{dt}. \quad (4.3)$$

3. Рівняння теплового балансу для ВА:

$$F0 \cdot c \cdot \theta + Fn \cdot rn - (F0 - W1) \cdot c \cdot \theta - W1 \cdot r = V \cdot \rho \cdot c \frac{d\theta}{dt}, \quad (4.4)$$

де  $c$  – питома теплоємність розчину, кДж/кг·град;

$Fn$  – витрата гріючої пари, кг/с;

$\theta$  – температура розчину в ВА, град.С;

$r$  – скрита теплота пароутворення розчинника, кДж/кг;

$rn$  – питома теплота конденсації гріючої пари, кДж/кг;

$V$  – об'єм розчину в ВА, м<sup>3</sup>;

$\rho1$  – густина розчину, кг/м<sup>3</sup>.

4. Лінеаризована в точці основного статичного режиму залежність між концентрацією розчину в ВА  $x1$  та його температурою кипіння  $\Theta$  має вид:

$$\Theta = a + b \cdot x1, \quad (4.5)$$

$$\text{де } b = \frac{\theta_{\max} - \theta_{\min}}{x1_{\max} - x1_{\min}}, \quad (4.6)$$

$[\Theta_{\min}, \Theta_{\max}]$  і  $[x1_{\min}, x1_{\max}]$  – діапазон змінних, в якому дійсна лінеаризація цієї залежності.

#### 4.4 Лінеаризація та перетворення за Лапласом змінної часу в рівняннях балансів

Змінні, які підлягають лінеаризації:  $x0, x1, F0, W1, \Theta$ .

Рівняння (4.3) після лінеаризації вказаних змінних

$$(x0 - x1) \cdot \Delta F0 + x1 \cdot \Delta W1 + F0 \cdot \Delta x0 - (F0 - W1) \cdot \Delta x1 = V \cdot \rho \cdot \frac{d\Delta x1}{dt} \quad (4.6)$$

Після введення наступних позначень

$$T1 = \frac{V\rho1}{F0-W1}; \quad K_{F0x1} = \frac{x0-x1}{F0-W1}; \quad K_{W1x1} = \frac{x1}{F0-W1}; \quad K_{x0x1} = \frac{F0}{F0-W1} \quad (4.7)$$

та перетворення за Лапласом змінної часу  $t \rightarrow p$  отримаємо рівняння

$$(T1p + 1)x1(p) - K_{W1x1}W1(p) = K_{x0x1}x0(p) + K_{F0x1}F0(p) \quad (4.8)$$

Рівняння (4.4) після лінеаризації змінних

$$(c\Theta - c\Theta) \cdot \Delta F0 + (cF0 - cF0 + cW1) \cdot \Delta \Theta + (c\Theta - r) \cdot \Delta W1 = V \cdot \rho \cdot c \cdot \frac{d\Delta \Theta}{dt} \quad (4.9)$$

Після введення наступних позначень

$$T_{\Theta} = \frac{V\rho}{W1}; \quad K_{W1\Theta} = \frac{r-c\theta}{cW1} \quad (4.10)$$

та перетворення за Лапласом змінної часу  $t \rightarrow p$  отримаємо рівняння

$$(T_{\Theta}p - 1)\Theta(p) + K_{W1\Theta} \cdot W1(p) = 0 \quad (4.11)$$

Рівняння (4.5) після лінеаризації змінних

$$\Delta \Theta = b \cdot \Delta x1 \quad (4.12)$$

Після перетворення за Лапласом змінної часу  $t \rightarrow p$  отримаємо рівняння

$$\Theta(p) = b \cdot x1(p) \quad (4.13)$$



#### 4.5 Передатні функції за каналами збурення і керування

Лінійна система рівнянь (4.8), (4.11), (4.13) складає математичну модель процесу в формі перетвореного за Лапласом часу. Для отримання передатних функцій необхідно з цієї системи рівнянь визначити регульовану величину  $x_I$  як функцію збурення  $x_0$  та керуючої дії  $F_0$ .

$$x_I(p) = W_{x_0x_I}(p) \cdot x_0(p) + W_{F_0x_I}(p) \cdot F_0(p) \quad (4.14)$$

Рішення системи рівнянь (4.8), (4.11), (4.13) одержимо методом Крамера.

Детермінант цієї системи

$$\nabla = \begin{vmatrix} T1p + 1 & 0 & -Kw1x1 \\ 0 & T\theta p - 1 & Kw1\theta \\ -b & 1 & 0 \end{vmatrix} = -[(T1Kw1\theta + T\theta Kw1x1b)p + Kw1\theta - Kw1x1 \cdot b] \quad (4.15)$$

Вектор-стовпці керуючої дії та збурення:

$$F_0(p) = \begin{vmatrix} KF_0x1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \quad x_0 = \begin{vmatrix} Kx_0x1 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix} \quad (4.16)$$

Доповнення для  $F_0$ :

$$\nabla F_0 = \begin{vmatrix} KF_0x1 & 0 & -Kw1x1 \\ 0 & T\theta p - 1 & Kw1\theta \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -KF_0x1 \cdot Kw1\theta \quad (4.17)$$

Доповнення для  $x_0$ :

$$\nabla x_0 = \begin{vmatrix} Kx_0x1 & 0 & -Kw1x1 \\ 0 & T\theta p - 1 & Kw1\theta \\ 0 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -Kx_0x1 \cdot Kw1\theta \quad (4.18)$$

Передатна функція за каналом керування  $F_0 \rightarrow x_I$ :

$$WF_0x1(p) = \frac{x_I(p)}{F_0(p)} = \frac{\nabla F_0}{\nabla} = \frac{KF_0x1 \cdot Kw1\theta}{(T1Kw1\theta + T\theta Kw1x1b)p + Kw1\theta - Kw1x1 \cdot b} \quad (4.19)$$

Передатна функція за каналом збурення  $x_0 \rightarrow x_I$ :

$$Wx_0x1(p) = \frac{x_I(p)}{x_0(p)} = \frac{\nabla x_0}{\nabla} = \frac{Kx_0x1 \cdot Kw1\theta}{(T1Kw1\theta + T\theta Kw1x1b)p + Kw1\theta - Kw1x1 \cdot b} \quad (4.20)$$

#### 4.6 Параметри основного статичного режиму

Для визначення коефіцієнтів рівнянь та передатних функцій використовуються значення параметрів в основному статичному режимі, які наведені в таблиці 4.1

Таблиця 4.1

Значення параметрів в основному статичному режимі

№ п/п	Назва параметру	Позначення (ідентифікатор)	Одиниця вимірювання	Значення
1	Витрата свіжого розчину	$F_0$	кг/с	11,12
2	Витрата випареної води	$w1$	кг/с	3.04
3	Початкова концентрація NaOH	$x_0$	%	5.0
4	Концентрація NaOH в упареному розчині	$x_1$	%	6.88
5	Питома теплоємність розчину	$c$	кДж/кг·град	3.771
6	Витрата гріючої пари,	$F_n$	кг/с	3.1
7	Питома теплота конденсації гріючої пари	$r_n$	кДж/кг	2068
8	Теплове навантаження	$Q$	кВт	6407
9	Об'єм розчину в ВА	$V$	м <sup>3</sup>	2,83
10	Температура розчину в ВА	$\theta$	град.С	170
11	Густина розчину	$\rho_1$	кг/м <sup>3</sup>	1062
12	Скрита теплота пароутворення розчинника,	$r$	кДж/кг	2066
13	Коефіцієнт пропорційності	$b$	Град.С/ %	10,29

## Заняття № 5.

# СКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ПАРОРІДИННОГО ТЕПЛООБМІННИКА ЯК ТЕХНОЛОГІЧНОГО ОБ'ЄКТУ КЕРУВАННЯ

*Мета* – розглянути паро рідинний теплообмінник як технологічний об'єкт керування (ТОК) та навчитися отримувати його математичну модель аналітичним шляхом, дослідити характеристики ТОК та системи керування.

### 5.1 Хід роботи:

12. Ознайомитися з об'єктом дослідження.
13. Розглянути етапи побудови математичної моделі.
14. На практичних заняттях виконати п.п. 1-11 та 13-18.
15. На лабораторних заняттях (комп'ютерний практикум) виконати п.п. 12 та 19-23.
16. Додаткові зауваження:
  - навантаженням на теплообмінник вважати витрату рідини, що нагрівається,  $F_p$ ;
  - при зміні навантаження будуть змінюватися і інші параметри нового статичного режиму, їх потрібно розрахувати і внести в таблицю параметрів статичного режиму (фактично її змінити);
  - для визначення передатних функцій розширеного ТОК (тобто з врахуванням динамічних властивостей датчика та виконавчого механізму) приймемо, що передатні функції датчика та виконавчого механізму апроксимовані аперіодичними ланками 1-го порядку з коефіцієнтами підсилення  $K_d = K_{vm} = 1$  та постійними часу  $T_d = 5c$  і  $T_{vm} = 10c$  відповідно.
  - для першої бригади збільшення навантаження взяти на 10%, для другої 20%, третьої 30% і т.д.

## 5.2 Парорідинний теплообмінник як технологічний об'єкт керування

Процеси нагріву рідин парою в теплообмінниках широко застосовуються в хімічній технології для підготовки основного потоку до наступної стадії перетворення, що повинна відбуватися при певній температурі (випарювання, ректифікація, хімічні реакції).

Розглянемо випадок, коли необхідно подавати на випарювання розчин NaOH при температурі 120 град.С (температура в першому випарному апараті), тобто температура рідини на виході з теплообмінника повинна бути 120 град.С і вона є регульованою величиною, а нагрівання відбувається практично насиченою водяною парою. Тобто витрата пари є керуючою дією.

Основними акумулюючими тепло ємностями є теплова ємність конденсату та теплова ємність розчину (рідини). Для них будемо складати рівняння теплових балансів.

Збуреннями при цьому можуть бути: температура і витрата розчину на вході в теплообмінник, параметри пари (питома вага пароутворення, тиск, температура; для насиченої пари вони взаємопов'язані).

Допущення:

1. Вся пара в теплообміннику (ТО) перетворюється в конденсат.
2. Конденсат в ТО утворює плівку на теплопередаючій поверхні, яка рівномірно покриває всю поверхню.
3. Температура плівки конденсату дорівнює температурі пари і є однаковою по всій поверхні теплопередачі та на виході з ТО.
4. Температура розчину по довжині ТО носить лінійний характер.
5. Тепловою ємністю стінки нехтуємо.
6. Втратами тепла в навколишнє середовище нехтуємо.

*Визначальним параметром* (вихідною регульованою величиною) такого ТО є температура рідини на виході з ТО.

*Керуючою дією* (керувальним впливом) є витрата граючої насиченої пари.

Збуреннями будемо розглядати витрату рідини та її температуру на вході в ТО.

Параметрами стану будуть температура рідини на виході з ТО та температура конденсату.

### 5.3 Рівняння теплового балансу

Тепловий баланс для акумулюючої ємності плівки конденсату:

$$F_n \cdot r - F_k \cdot c_k \cdot \theta_k - K \cdot S \cdot (\theta_k - \frac{\theta_0 + \theta_1}{2}) = V_k \cdot \rho_k \cdot c_k \cdot \frac{d\theta_k}{dt} \quad (5.1)$$

де тут і в наступному використані такі позначення:

$F_n, F_k, F_r$  – витрати гріючої пари, конденсату і рідини відповідно;

$\theta_k, \theta_0, \theta_1$  – температури конденсату та рідини на вході та виході з ТО;

$c_k, c$  – питомі теплоємності конденсату та рідини;

$K$  – коефіцієнт теплопередачі;

$S$  – Поверхня теплопередачі;

$r$  – питома теплота пароутворення гріючої пари;

$V_k, V$  – об'єми конденсату та рідини в ТО;

$\rho_k, \rho$  – густини конденсату та рідини в ТО.

Тепловий баланс для акумулюючої ємності рідини (розчину NaOH) в ТО:

$$F_r \cdot c \cdot (\theta_0 - \theta_1) + K \cdot S \cdot (\theta_k - \frac{\theta_0 + \theta_1}{2}) = V \rho c \frac{d}{dt} (\frac{\theta_0 + \theta_1}{2}). \quad (5.2)$$

Система рівнянь (5.1)-(5.2) є математичною моделлю парорідинного ТО при наведених вище припущеннях.

### 5.4 Лінеаризація та перетворення за Лапласом змінної часу в рівняннях балансів

Змінні, які підлягають лінеаризації:  $\theta_k, \theta_0, \theta_1, F_n, F_r$ .

Рівняння (5.1) після лінеаризації вказаних змінних

$$r \Delta F_n - (F_k c_k + K S) \Delta \theta_k + \frac{K S}{2} \Delta \theta_0 + \frac{K S}{2} \Delta \theta_1 = V_k \rho_k c_k \frac{d \Delta \theta_k}{dt} \quad (5.3)$$

Введемо наступні позначення:

$$Tk = \frac{V_k \rho_k c_k}{F_k c_k + KS}; K_{Fn\theta k} = \frac{r}{F_k c_k + KS}; K_{\theta 0 \theta k} = K_{\theta 1 \theta k} = \frac{KS}{2(F_k c_k + KS)}. \quad (5.4)$$

Після перетворенням за Лапласом змінної часу  $t \rightarrow p$ , тобто

$$\Delta \theta k(t) \rightarrow \theta k(p),$$

$$\Delta \theta 0(t) \rightarrow \theta 0(p),$$

$$\Delta \theta 1(t) \rightarrow \theta 1(p),$$

$$\Delta Fn(t) \rightarrow Fn(p),$$

$$\Delta Fp(t) \rightarrow Fp(p)$$

рівняння (5.3) прийме вигляд:

$$(T_k p + 1)\theta_k(p) - K_{\theta 1 \theta k} \theta_1(p) = K_{Fn\theta k} Fn(p) + K_{\theta 0 \theta k} \theta_0(p). \quad (5.5)$$

Рівняння (5.2) після лінеаризації

$$c(\theta_0 - \theta_1)\Delta F_p + \left(F_p c - \frac{KS}{2}\right)\Delta \theta_0 - \left(F_p c + \frac{KS}{2}\right)\Delta \theta_1 + KS \Delta \theta_k = \frac{V_p c}{2} \left(\frac{d\Delta \theta_0}{dt} + \frac{d\Delta \theta_1}{dt}\right).$$

(5.6)

Введемо наступні позначення:

$$T = \frac{V_p c}{2F_p c + KS}; K_{Fp\theta 1} = \frac{2c(\theta_0 - \theta_1)}{2F_p c + KS}; K_{\theta 0 \theta 1} = \frac{2F_p c - KS}{2F_p c + KS}; K_{\theta k \theta 1} = \frac{2KS}{2F_p c + KS} \quad (5.7)$$

Після перетворенням за Лапласом змінної часу  $t \rightarrow p$ , тобто

$$\Delta \theta k(t) \rightarrow \theta k(p),$$

$$\Delta \theta 0(t) \rightarrow \theta 0(p),$$

$$\Delta \theta 1(t) \rightarrow \theta 1(p),$$

$$\Delta Fn(t) \rightarrow Fn(p),$$

$$\Delta Fp(t) \rightarrow Fp(p)$$

рівняння (5.6) з врахуванням (5.7) прийме вигляд:

$$(Tp + 1)\theta_1(p) - K_{\theta k \theta 1}\theta_k(p) = K_{Fp\theta 1}F_p(p) - (Tp - K_{\theta 0\theta 1})\theta_0(p). \quad (5.8)$$

### 5.5 Передатні функції за каналами збурень і керування

Лінійна система рівнянь (5.5), (5.8) складає математичну модель паро рідинного теплообмінника в формі перетвореного за Лапласом часу. Для отримання передатних функцій необхідно з цієї системи рівнянь визначити регульовану величину  $\theta_1(p)$  як функцію збурень  $F_p(p)$  і  $\theta_0(p)$  та керуючої дії  $F_n(p)$ :

$$\Theta_1(p) = W_{Fn\Theta 1}(p)F_n(p) + W_{Fp\Theta 1}(p)F_p(p) + W_{\theta 0\Theta 1}(p)\Theta_0(p) \quad (5.9)$$

Рішення цієї системи рівнянь отримаємо за методом Крамера.

Детермінант системи рівнянь (5.5), (5.8):

$$\nabla = \begin{vmatrix} -K_{\theta 1\theta k} & T_k p + 1 \\ Tp + 1 & -K_{\theta k \theta 1} \end{vmatrix} = -[(T_k p + 1)(Tp + 1) - K_{\theta 1\theta k}K_{\theta k \theta 1}] \quad (5.10)$$

Вектор-стовпці керуючої дії та збурень:

$$F_n = \begin{vmatrix} K_{Fn\theta k} \\ 0 \end{vmatrix}; \quad F_p = \begin{vmatrix} 0 \\ K_{Fp\theta 1} \end{vmatrix}; \quad \theta_0 = \begin{vmatrix} K_{\theta 0\theta k} \\ -(Tp - K_{\theta k \theta 1}) \end{vmatrix}. \quad (5.11)$$

Доповнення для  $F_n$ :

$$\nabla F_n = \begin{vmatrix} K_{Fn\theta k} & T_k p + 1 \\ 0 & -K_{\theta k \theta 1} \end{vmatrix} = -K_{Fn\theta k}K_{\theta k \theta 1}. \quad (5.12)$$

Доповнення для  $F_p$ :

$$\nabla F_p = \begin{vmatrix} 0 & T_k p + 1 \\ K_{Fp\theta 1} & -K_{\theta k \theta 1} \end{vmatrix} = -K_{Fp\theta 1}(T_k p + 1). \quad (5.13)$$

Доповнення для  $\theta_0$ :

$$\nabla\theta_0 = \begin{vmatrix} K_{\theta_0\theta_k} & T_k p + 1 \\ -(T_p - K_{\theta_k\theta_1}) & -K_{\theta_k\theta_1} \end{vmatrix} = (T_k p + 1)(T_p - K_{\theta_k\theta_1}) - K_{\theta_0\theta_k} K_{\theta_k\theta_1} \quad (5.14)$$

Передатна функція за каналом керування  $F_n \rightarrow \Theta_I$ :

$$W_{F_n\Theta_I}(p) = \frac{\theta_1(p)}{F_n(p)} = \frac{\nabla F_n}{\nabla} = \frac{K_{F_n\theta_k} K_{\theta_k\theta_1}}{[(T_k p + 1)(T_p + 1) - K_{\theta_1\theta_k} K_{\theta_k\theta_1}]} \quad (5.15)$$

Передатна функція за каналом збурення  $F_p \rightarrow \Theta_I$ :

$$W_{F_p\Theta_I}(p) = \frac{\theta_1(p)}{F_p(p)} = \frac{\nabla F_p}{\nabla} = \frac{K_{F_p\theta_1}(T_k p + 1)}{(T_k p + 1)(T_p + 1) - K_{\theta_1\theta_k} K_{\theta_k\theta_1}} \quad (5.16)$$

Передатна функція за каналом збурення  $\Theta_0 \rightarrow \Theta_I$ :

$$W_{\Theta_0\Theta_I}(p) = \frac{\theta_1(p)}{\theta_0(p)} = \frac{\nabla\theta_0}{\nabla} = \frac{(T_k p + 1)(T_p - K_{\theta_k\theta_1}) - K_{\theta_0\theta_k} K_{\theta_k\theta_1}}{-[(T_k p + 1)(T_p + 1) - K_{\theta_1\theta_k} K_{\theta_k\theta_1}]} \quad (5.17)$$

## 5.6 Параметри основного статичного режиму та перевірка розмірностей

Для визначення коефіцієнтів рівнянь та передатних функцій використовуються значення параметрів в основному статичному режимі, які наведені в таблиці 5.1

Таблиця 5.1

Значення параметрів в основному статичному режимі

№ п/п	Назва параметру	Позначення (ідентифікатор)	Одиниця вимірювання	Значення
1	Витрата розчину	$F_p$	кг/с	8,08
2	Витрата гріючої пари	$F_n$	кг/с	0,79
3	Температура конденсату	$\Theta_k$	град.С	143



4	Питома теплота пароутворення гріючої пари	$r$	кдж/кг	2140
5	Питома теплоємність розчину	$c$	кдж/кг·град	3,77
6	Питома теплоємність конденсату	$c_k$	кдж/кг·град	4,187
7	Початкова температура розчину	$\theta_0$	град.С	80
8	Кінцева температура розчину	$\theta_1$	град. С	120
9	Густина розчину	$\rho$	кг/м3	1062
10	Об'єм розчину в ТО	$V$	м <sup>3</sup>	0,76
11	Об'єм конденсату в ТО	$V_k$	м3	0,0711
12	Густина конденсату	$\rho_k$	кг/м3	1000
13	Добуток коефіцієнта теплопередачі на поверхню теплопередачі	$KS$	Кдж/с·град С	28,34

Перевірка розмірностей складових рівняння (5.1):

$$[\text{кг/с}][\text{кДж/кг}] = [\text{кДж/с}] ;$$

$$[\text{кг/с}][\text{кДж/кг.град}][\text{град}] = [\text{кДж/с}] ;$$

$$[\text{кДж/с.град}][\text{град}] = [\text{кДж/с}];$$

$$[\text{м3}][\text{кг/м3}][\text{кДж/кг.град}][\text{град}][1/\text{с}] = [\text{кДж/с}].$$

Аналогічно перевіряється розмірність складових рівняння (5.2), а також визначається розмірність позначень (5.4) і (5.7).

## Заняття № 6

### СКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ПРОЦЕСУ ВИЛУЧЕННЯ ВУГЛЕКИСЛОГО ГАЗУ ІЗ ГАЗОВОЇ СУМІШІ АЦЕТИЛЕНУ ТА ДВООКИСУ ВУГЛЕЦЮ ЯК ТОК

**Мета** – розглянути абсорбер як технологічний об'єкт керування (ТОК) та навчитися отримувати його математичну модель аналітичним шляхом, дослідити характеристики ТОК та системи керування.

#### 6.1 Хід роботи:

1. Ознайомитися з об'єктом дослідження.
2. Розглянути етапи побудови математичної моделі.
3. На практичних заняттях виконати п.п. 1-11 та 13-17.
4. На лабораторних заняттях (комп'ютерний практикум) виконати п.п. 12 та 18-22.
5. Додаткові зауваження:
  - навантаженням на абсорбер вважати витрату газової суміші  $F_g$ , що поступає на абсорбцію;
  - при зміні навантаження будуть змінюватися і інші параметри нового статичного режиму, їх потрібно розрахувати і внести в таблицю параметрів статичного режиму (фактично її змінити);
  - для визначення передатних функцій розширеного ТОК (тобто з врахуванням динамічних властивостей датчика та виконавчого механізму) приймемо, що передатні функції датчика та виконавчого механізму апроксимовані аперіодичними ланками 1-го порядку з коефіцієнтами підсилення  $K_d = K_{вм} = 1$  та постійними часу  $T_d = 5с$  і  $T_{вм} = 10с$  відповідно;
  - для першої бригади збільшення навантаження взяти на 10%, для другої 20%, третьої 30% і т.д.;
  - прийняти лінійним розподілення концентрацій двоокису вуглецю як в рідиннім, так і в газовім середовищах.

#### 6.2 Абсорбер як технологічний об'єкт керування

Абсорбція – вбирання газів або рідин, а також електромагнітних коливань (світла і звуку) всім об'ємом (на відміну від адсорбції) рідини чи твердого тіла, що є абсорбентом. Абсорбція – один з видів сорбції рідини.

Абсорбція – основа технологічних процесів вилучення парів води, вуглеводневих компонентів, сірчаних сполук з потоків природного та синтетичного газів, очищення (знешкодження) газових викидів з метою

охорони довкілля. Розрізняють хімічну та фізичну абсорбцію. При хімічній абсорбції компонент, який абсорбується, зв'язується в рідкій фазі у вигляді хімічної сполуки. При фізичній абсорбції, розчинення газу не супроводжується хімічною реакцією; поглинання компонента відбувається доти, поки його парціальний тиск у газовій фазі вищий від рівноважного тиску над розчином. Абсорбція процес вибірковий і оборотний. Величина абсорбції (як наслідок дії), тобто поглинання, вбирання, всмоктування, визначаються розчинністю певного газу в рідкому розчиннику, а швидкість процесу – різницею концентрацій у газовій суміші і рідині. Якщо концентрація газу в рідині вища, ніж у газовій суміші, то він виділяється із розчину (десорбція). Часто абсорбція супроводжується утворенням хімічних сполук, (хемосорбція) і поверхневим поглинанням речовини (адсорбція).

Абсорбція набрала значного поширення в коксохімічній промисловості для вловлювання сирого бензолу з коксового газу, а також для аналізу газів, у тому числі рудникової атмосфери. Абсорбція використовується в збагаченні корисних копалин для надання збагачуваним мінералам бажаних властивостей або регулювання стану чи властивостей середовища, в якому здійснюється процес збагачення, а також для очищення відпрацьованих газів (повітря) від пилу та шкідливих газових домішок.

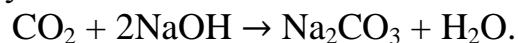
Для реалізації абсорбції використовують спеціальні пристрої – абсорбери; абсорбційне очищення газів провадиться у скрубберах – апаратах зі зрошенням водою, суспензією або спеціальним розчином.

При отриманні ацетилену ( $C_2H_2$ ) із газів процесу електропіролізу метану, необхідним етапом є очищення його від домішок. Концентрація ацетилену характеризує якість продукції.

Вилучення  $CO_2$  із ацетилену на заключній стадії його виробництва відбувається в скруббері шляхом його абсорбції розчином лугу.

Скрубер розглядається як технологічний об'єкт керування концентрацією  $CO_2$  в ацетилені на його виході, яка і буде оцінкою результату очищення газової суміші від  $CO_2$ .

Очищення ацетилену складається з двох етапів. На першому етапі відбувається абсорбція  $CO_2$  водним розчином лугу, а на другому – сама реакція зв'язування  $CO_2$  лугом:



Оскільки швидкість хімічної реакції значно більша від швидкості абсорбції, то лімітуючим процесом є абсорбція  $CO_2$ .

До нижньої частини скруббера надходить охолоджена газова суміш ацетилену та вуглекислого газу з витратою  $F_g = 100$  кг/год та початковою концентрацією  $CO_2$  у ацетилені  $y_0 = 3$  %. Ця суміш рівномірно розподіляється по перетині колони і надходить на контактні елементи (насадку). У верхню

частину колони подають 0,5 % розчин лугу (NaOH) з витратою  $F_r$  та концентрацією двоокису вуглецю  $x_0 = 0,05$  %. У колоні здійснюється протиточна взаємодія газу та рідини. Стікаючи по насадці вниз, розчин NaOH з витратою  $F_r$ , вилучає  $\text{CO}_2$  із ацетилену (відбувається процес абсорбції) та виходить зі скрубера з концентрацією  $\text{CO}_2$  у ньому  $x_1$ .  $F_{gex.} = F_{gвих.}$  Та  $F_{rвх.} = F_{rвих.}$  – витрата газу та рідини внаслідок перерозподілу  $\text{CO}_2$  між ними не міняється.

Основний *регульований* параметр, який забезпечує задану якість процесу, є концентрація  $\text{CO}_2$  у ацетилені на виході з апарата  $y_1$ .

*Керувальною* дією є витрата лугу на вході в скрубера  $F_r$ .

Основне *збурення* у системі – концентрація  $\text{CO}_2$  у ацетилені на вході в скрубера  $y_0$ .

Проміжною змінною (параметром стану) є  $x_1$  – концентрація  $\text{CO}_2$  у розчині NaOH на виході скрубера.

### 6.3 Рівняння матеріальних балансів

Рівняння матеріальних балансів складається на основі твердження:

«Загальна кількість речовини, яка поступає у технологічний об'єкт керування дорівнює загальній кількості речовини, що виходить з ТОК і її кількості, що акумулювалась в ТОК».

Основними акумулюючими ємностями, для яких вкладається рівняння балансів, є розчин лугу і газова суміш.

Приймаємо допущення про одномірний (в напрямку руху газового потоку) лінійний розподіл концентрацій  $\text{CO}_2$  в рідинній і газовій фазах.

В ТОК мають місце допущення про обмеження вхідних змінних:

$$x_{0max} > x_0 > x_{0min},$$

$$y_{0max} > y_0 > y_{0min}.$$

Система матеріальних балансів для  $\text{CO}_2$  у газовій та рідкій фазах буде мати вигляд:

$$\left\{ F_g y_0 - F_g y_1 - SK_g \frac{(y_0 - y_r(x_1)) + (y_1 - y_r(x_0))}{2} = V_g \rho_g \frac{d}{dt} \left( \frac{y_0 + y_1}{2} \right), \quad (6.1) \right.$$

$$\left. \left\{ F_r x_0 - F_r x_1 + SK_r \frac{(x_r(y_1) - x_0) + (x_r(y_0) - x_1)}{2} = V_r \rho_r \frac{d}{dt} \left( \frac{x_0 + x_1}{2} \right), \quad (6.2) \right. \right.$$

де  $y_r(x)$ ,  $x_r(y)$  – рівноважні концентрації  $\text{CO}_2$  у  $\text{C}_2\text{H}_2$  (суміші) та  $\text{CO}_2$  у розчині NaOH;

$K_g$ ,  $K_r$  – коефіцієнти масообміну, подані через мольні частки компонента в газовій та рідкій фазах;

$S$  – поверхня масообміну в скрубера;

$V_g, V_r$ , – об'єм колони, зайнятий газом та відповідно рідиною;  
 $\rho_g, \rho_r$ , – густини газової суміші та розчину.

Для рівноважних концентрацій прийнято наступне:

$$y_r(x) = mx, x_r(y) = y/m. \quad (6.3)$$

Рівняння статичного режиму отримуємо із рівнянь динаміки матеріальних балансів шляхом прирівнювання до 0 похідних по часу.

#### 6.4 Лінеаризація рівнянь динаміки

Змінними параметрами є:

- Регульований параметр:  $y_1$ ;
- Керуюча дія :  $F_r$ .
- Збурення:  $y_0$ .
- Проміжна змінна:  $x_1$ .

Для отримання рівнянь у відхиленнях (лінеаризованих) приймаємо:

$$y_1(t) = y_{1_0} + \Delta y_1(t);$$

$$F_r(t) = F_{r_0} + \Delta F_r(t);$$

$$y_0(t) = y_{0_0} + \Delta y_{0_0}(t);$$

$$x_1(t) = x_{1_0} + \Delta x_1(t).$$

Лінеаризуємо рівняння в точці основного статичного режиму. Візьмемо частинні похідні від першого та другого рівнянь по змінним параметрам та отримаємо систему рівнянь у відхиленнях:

$$\begin{cases} -\frac{V_g \rho_g}{2} \frac{d\Delta y_1}{dt} - \left(F_g + \frac{SK_g}{2}\right) \Delta y_1 = \frac{V_g \rho_g}{2} \frac{d\Delta y_0}{dt} - \left(F_g - \frac{SK_g}{2}\right) \Delta y_0 - \frac{SK_g m}{2} \Delta x_1, \\ \frac{V_r \rho_r}{2} \frac{d\Delta x_1}{dt} + \left(F_r + \frac{SK_r}{2}\right) \Delta x_1 = (x_0 - x_1) \Delta F_r - \frac{SK_r}{2m} \Delta y_1 + \frac{SK_r}{2m} \Delta y_0. \end{cases} \quad (6.4)$$

#### 6.5 Рівняння в безрозмірному виді змінних

Приведемо систему рівнянь (6.4) до безрозмірного виду (верхній індекс «б») визначальних величин і поділимо перше рівняння на  $y_{1_0}$ , а друге –  $x_{1_0}$ , попередньо ввівши позначення:

$$\Delta y_1 = \Delta y_1^b \times y_{1_0}, \Delta y_0 = \Delta y_0^b \times y_{0_0}, \Delta F_r = \Delta F_r^b \times F_{r_0}, \Delta x_1 = \Delta x_1^b \times x_{1_0}. \quad (6.5)$$

$$\begin{cases} T_{y_1} \frac{d\Delta y_1^{\delta}}{dt} + \Delta y_1^{\delta} = -T_{y_0} \frac{dy_{00}}{y_{10} dt} \Delta y_0^{\delta} + \frac{K_{y_0 y_1 y_{00}}}{y_{10}} \Delta y_0^{\delta} + \frac{K_{x_1 y_1 x_{10}}}{y_{10}} \Delta x_1^{\delta}, \\ T_{x_1} \frac{d\Delta x_1^{\delta}}{dt} + \Delta x_1^{\delta} = \frac{K_{F_r x_1}}{x_{10}} \Delta F_r^{\delta} - \frac{K_{y_1 x_1 y_{10}}}{x_{10}} \Delta y_1^{\delta} + \frac{K_{y_0 x_1 y_{00}}}{x_{10}} \Delta y_0^{\delta}. \end{cases} \quad (6.6)$$

$$\text{де } T_{y_1} = \frac{V_g \rho_g}{2F_g + SK_g}; K_{y_0 y_1} = \frac{2F_g - SK_g}{2F_g + SK_g}; T_{y_0} = -\frac{V_g \rho_g}{2F_g + SK_g}; K_{x_1 y_1} = \frac{SK_g m}{2F_g + SK_g}; \quad (6.7)$$

$$\begin{aligned} T_{x_1} &= \frac{V_r \rho_r}{2F_r + SK_r}; K_{F_r x_1} = \frac{2(x_0 - x_1)}{2F_g + SK_g}; K_{y_1 x_1} = \frac{SK_r}{m(2F_g + SK_g)}; K_{y_0 x_1} \\ &= \frac{SK_r}{m(2F_g + SK_g)}. \end{aligned}$$

### 6.6 Рівняння в канонічній формі і в формі Коші

Запишемо систему рівнянь (6.1)-(6.2) у канонічній формі. Для цього потрібно перше та друге рівняння для газової та рідкої фаз поділити на коефіцієнт перед  $\Delta y_1$ , тобто:  $-\left(F_g + \frac{SK_g}{2}\right)$  та на коефіцієнт перед  $\Delta x_1$ :  $\left(F_g + \frac{SK_g}{2}\right)$  відповідно. В результаті отримаємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} T_{y_1} \frac{d\Delta y_1}{dt} + \Delta y_1 = -T_{y_0} \frac{d\Delta y_0}{dt} + K_{y_0 y_1} \Delta y_0 + K_{x_1 y_1} \Delta x_1, \\ T_{x_1} \frac{d\Delta x_1}{dt} + \Delta x_1 = K_{F_r x_1} \Delta F_r - K_{y_1 x_1} \Delta y_1 + K_{y_0 x_1} \Delta y_0, \end{cases} \quad (6.8)$$

Запишемо систему (6.1)-(6.2) у формі Коші. Для цього залишимо  $\frac{d\Delta y_1}{dt}$  та  $\frac{d\Delta x_1}{dt}$  зліва, все інше перенесемо вправо і поділимо на коефіцієнт при  $\frac{d\Delta y_1}{dt}$  та  $\frac{d\Delta x_1}{dt}$ , тобто на  $\frac{V_g \rho_g}{2}$  та  $\frac{V_r \rho_r}{2}$ :

$$\begin{cases} \frac{d\Delta y_1}{dt} = -\frac{d\Delta y_0}{dt} + \frac{(2F_g - SK_g)}{V_g \rho_g} \Delta y_0 + \frac{SK_g m}{V_g \rho_g} \Delta x_1 - \frac{(2F_g + SK_g)}{V_g \rho_g} \Delta y_1, \\ \frac{d\Delta x_1}{dt} = \frac{2(x_0 - x_1)}{V_r \rho_r} \Delta F_r - \frac{SK_r}{m V_r \rho_r} \Delta y_1 + \frac{SK_r}{m V_r \rho_r} \Delta y_0 - \frac{(2F_g + SK_g)}{V_r \rho_r} \Delta x_1. \end{cases} \quad (6.9)$$

### 6.7 Перетворення за Лапласом змінної часу

Виконаємо перетворення за Лапласом змінної  $t \rightarrow p$  системи (6.8) при нульових початкових умовах, де

$$\begin{aligned} \Delta y_1 &\rightarrow y_1(p); \\ \Delta y_0 &\rightarrow y_0(p); \\ \Delta F_r &\rightarrow F_r(p); \\ \Delta x_1 &\rightarrow x_1(p). \end{aligned}$$

Отримаємо наступну систему лінійних рівнянь відносно регульованої величини  $y_1(p)$  та другої вихідної змінної  $x_1(p)$ :

$$\begin{cases} (T_{y_1} p + 1) y_1(p) = -(T_{y_0} p + K_{y_0 y_1}) y_0(p) + K_{x_1 y_1} x_1(p), \\ (T_{x_1} p + 1) x_1(p) = K_{F_r x_1} F_r(p) - K_{y_1 x_1} y_1(p) + K_{y_0 x_1} y_0(p), \end{cases} \quad (6.10)$$

Виразимо  $x_1(p)$  з другого рівняння даної системи та підставимо у перше. Отримаємо єдине рівняння відносно  $y_1(p)$ :

$$[(T_{y_1}p + 1)(T_{x_1}p + 1) + K_{x_1y_1}K_{y_1x_1}] y_1(p) = (T_{y_0} + K_{y_0x_1} - K_{x_1y_1}K_{y_0x_1})y_0(p) - K_{x_1y_1}K_{Fr_1x_1}F_r(p). \quad (6.11)$$

Рівняння (6.11) відображає залежність регульованої величини  $y_1(p)$  від керувальної дії  $F_r(p)$  та збурення  $y_0(p)$ .

### 6.8 Параметри основного статичного режиму та перевірка розмірностей

Для визначення коефіцієнтів рівнянь та передатних функцій використовуються значення параметрів в основному статичному режимі, які наведені в таблиці 6.1

Таблиця 6.1

Параметри основного статичного режиму

№ п/п	Назва параметру	Позначення	Одиниці вимірювання	Числове значення
1	Витрата газової суміші ( $C_2H_2$ та $CO_2$ )	$F_g$	кг суміші/год	100
2	Витрата абсорбенту ( $NaOH$ з $CO_2$ )	$F_r$	кг розчину/год	872
3	Початкова концентрація $CO_2$ у $C_2H_2$	$y_0$	кг $CO_2$ /кг суміші	0,03
4	Кінцева концентрація $CO_2$ у $C_2H_2$	$y_1$	кг $CO_2$ /кг суміші	0,01
5	Початкова концентрація $CO_2$ у $NaOH$	$x_0$	кг $CO_2$ /кг розчину	0,0005
6	Кінцева концентрація $CO_2$ у $NaOH$	$x_1$	кг $CO_2$ /кг розчину	0,002794
7	Об'єм, який займає газ у скрубєрі	$V_g$	$m^3$	3,92
8	Об'єм, який займає рідина у скрубєрі	$V_r$	$m^3$	2
9	Густина газової суміші	$\rho_g$	кгсум/ $m^3$	1,190
10	Густина рідкої фази	$\rho_r$	кгроз/ $m^3$	2130
11	Кількість $CO_2$ , яка абсорбувалася у $NaOH$ з газової суміші на одиницю рушійної сили в газовій фазі	$SK_g$	кг суміші /год	356

12	Кількість CO <sub>2</sub> , яка прийшла з газової суміші у NaOH на одиницю рушійної сили в рідині	$SK_r$	кг розчину/год	3378
12	Постійна Генрі	$m$	кгCO <sub>2</sub> роз/кг сум/кгCO <sub>2</sub> сум·кгроз	8,73
12	Рівноважна концентрація CO <sub>2</sub> у розчині на вході в скруббер	$x_r(y_0)$	кг CO <sub>2</sub> роз/кг розчину	0,0034
13	Рівноважна концентрація CO <sub>2</sub> у C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> на вході в скруббер	$y_r(x_0)$	кг CO <sub>2</sub> сум/кг суміші	0,00436
14	Рівноважна концентрація CO <sub>2</sub> в розчині NaOH на виході із скрубера	$x_r(y_1)$	кг CO <sub>2</sub> роз/кг розчину	0,0873
15	Рівноважна концентрація CO <sub>2</sub> у газовій суміші C <sub>2</sub> H <sub>2</sub> на виході із скрубера	$y_r(x_1)$	кг CO <sub>2</sub> сум/кг суміші	0,0245

Перевірка розмірностей коефіцієнтів системи рівнянь (6.4):  
для балансу CO<sub>2</sub> в газі

$$\left[ -\frac{\text{м}^3 \text{кг} \text{ кг CO}_2}{\text{м}^3 \text{год} \text{ кг сум.}} \right] - \left[ \frac{\text{кг сум.} \text{ кг CO}_2}{\text{год} \text{ кг сум.}} + \frac{\text{кг сум.} \text{ кг CO}_2}{\text{год} \text{ кг сум.}} \right] = \left[ \frac{\text{кг сум.} \text{ кг CO}_2}{\text{год} \text{ кг сум.}} \right] - \left[ \frac{\text{кг сум.} \text{ кг CO}_2}{\text{год} \text{ кг сум.}} - \frac{\text{кг сум.} \text{ кг CO}_2}{\text{год} \text{ кг сум.}} \right] - \left[ \frac{\text{кг сум.} \text{ кг CO}_2}{\text{год} \text{ кг сум.}} \right],$$

$$\left[ \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год.}} \right] - \left[ \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} + \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} \right] = \left[ \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} \right] - \left[ \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} - \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} \right] - \left[ \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} \right].$$

для балансу CO<sub>2</sub> в рідині

$$\left[ \frac{\text{м}^3 \text{кгроз} \text{ кг CO}_2}{\text{м}^3 \text{год} \text{ кг роз.}} \right] + \left[ \frac{\text{кг роз.} \text{ кг CO}_2}{\text{год} \text{ кг роз.}} + \frac{\text{кг роз.} \text{ кг CO}_2}{\text{год} \text{ кг роз.}} \right] = \left[ \frac{\text{кг CO}_2 \text{ кг роз.}}{\text{кгроз.} \text{ год}} - \frac{\text{кг CO}_2 \text{ кг роз.}}{\text{кг роз.} \text{ год}} \right] - \left[ \frac{\text{кг сум.} \text{ кг CO}_2}{\text{год} \text{ кг сум.}} \right] + \left[ \frac{\text{кг сум.} \text{ кг CO}_2}{\text{год} \text{ кг сум.}} \right],$$

$$\left[ \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} \right] + \left[ \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} + \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} \right] = \left[ \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} - \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} \right] - \left[ \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} \right] + \left[ \frac{\text{кг CO}_2}{\text{год}} \right].$$

### 6.9 Передатні функції за каналами керування і збурення

З рівняння (6.11) знайдемо передатні функції за каналами керування  $F_r \rightarrow y_1$  та збурення  $y_0 \rightarrow y_1$ :

$$\begin{cases} W_{F_r}(p) = \frac{y_1(p)}{F_r(p)} = -\frac{K_{x_1 y_1} K_{F_r x_1}}{(T_{y_1} p + 1)(T_{x_1} p + 1) - K_{x_1 y_1} K_{y_1 x_1}}, \\ W_{y_0}(p) = \frac{y_1(p)}{y_0(p)} = \frac{K_{x_1 y_1} K_{y_0 x_1} - (T_{y_0} p - K_{y_0 x_1})(T_{x_1} p + 1)}{(T_{y_1} p + 1)(T_{x_1} p + 1) - K_{x_1 y_1} K_{y_1 x_1}}. \end{cases} \quad (6.12)$$



## Заняття № 7

# СКЛАДАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ БІОХІМІЧНОГО РЕАКТОРА У ВИРОБНИЦТВІ БІОМАСИ ЯК ТОК

**Мета** – розглянути біохімічний реактор як технологічний об'єкт керування (ТОК), навчитися отримувати математичну модель об'єкту аналітичним шляхом, дослідити характеристики цього ТОК та системи керування ним.

### 7.1 Хід роботи:

1. Ознайомитися з об'єктом дослідження.
2. Розглянути етапи побудови математичної моделі.
3. На практичних заняттях виконати п.п. 1-11 та 13-17.
4. На лабораторних заняттях (комп'ютерний практикум) виконати п.п. 12 та 18-22.
5. Додаткові зауваження:
  - навантаженням на біохімічний реактор вважати витрату субстрату  $F_c$ , що поступає в біохімічний реактор;
  - при зміні навантаження будуть змінюватися і інші параметри нового статичного режиму, їх потрібно розрахувати і внести в таблицю параметрів статичного режиму (фактично її змінити);
  - для визначення передатних функцій розширеного ТОК (тобто з врахуванням динамічних властивостей датчика та виконавчого механізму) приймемо, що передатні функції датчика та виконавчого механізму апроксимовані аперіодичними ланками 1-го порядку з коефіцієнтами підсилення  $K_d = K_{vm} = 1$  та постійними часу  $T_d = 5c$  і  $T_{vm} = 10c$  відповідно;
  - для першої бригади збільшення навантаження взяти на 10%, для другої 20%, третьої 30% і т.д.;

- біохімічний реактор вважати об'єктом з ідеальним перемішуванням розчину(суспензії).

## 7.2 Біохімічний реактор як технологічний об'єкт керування

Для протікання біохімічної реакції вирощування біомаси в апарат (біохімічний реактор) поступає субстрат, солі живлення, аміачна вода, вода для розбавлення (субстрату), повітря. Витрата всіх цих компонентів впливає на хід реакції. Вони повинні знаходитися в певних пропорціях. Необхідними хімічними елементами для вирощування біомаси є вуглець (С), кисень (О), калій (К), фосфор (Р).

Джерелом вуглецю є т.зв. редукуючі речовини (РВ), аналоги полісахаридів, вони містяться в субстраті і отримуються шляхом гідролізу відходів лісового чи сільського господарств (тирса, щепи, соняшникова лузга, кукурудзяні качани і т.п.). Джерелом кисню є повітря, яке інтенсивно барботує через шар суспензії з біомаси в реакторі. Джерелом калію і фосфору є розчин солей живлення, що містить задані концентрації цих солей і готується в окремому технологічному відділенні.

Інтенсивне перемішування суспензії в біохімічному реакторі завдяки подачі повітря в нього дає підстави в подальшому вважати біохімічний реактор як об'єкт з ідеальним перемішуванням.

Ведучим параметром (поток) є витрата субстрату  $F_c$  як найбільш вартісного потоку в цьому виробництві. Тому витрати всіх інших компонентів беруться в залежності від витрати  $F_c$  з врахуванням концентрації РВ в цьому технологічному потоці  $C_{PB}$ .

Продуктивність біохімічного реактора при постійній кількості суспензії в ньому пропорційна концентрації біомаси в реакторі  $X$  (яка може бути представлена т.зв. абсолютно сухою біомасою  $X$  або біомасою 25% - її вологості  $x$ ).

Витрата субстрату впливає на кількість вирощеної біомаси, тобто її

концентрацію в апараті, тому її використовують як керуючу дію при регулюванні концентрації біомаси в біохімічному реакторі.

Також потрібно підтримувати певний рівень суміші в реакторі для стабілізації кількості суспензії в ньому. Використовують контур автоматичного регулювання рівня, де керуючою дією є витрата суспензії, яка виводиться з апарату.

Біохімічна реакція відбувається найшвидше за певних оптимальних температурних умов, що визначаються типом продуцента. Тому для регулювання температури в апараті з метою її стабілізації використовують керуючий вплив - витрату охолоджуючої рідини в літній період чи витрату гріючої пари в зимовий період. Ці потоки подаються у вбудований змієвиковий теплообмінник. В особливо спекотні дні використовується додаткове зрошування зовнішніх стінок біохімічного реактора водою охолодження.

В процесі вирощування біомаси відбувається постійне закислення середовища, тобто пониження рівня рН. Для підтримання кислотності розчину, яка теж має оптимальне значення, що залежить від типу продуцента і визначається величиною рН, регулюють останнє за допомогою витрати аміачної води.

Утворення біомаси – екзотермічний процес, який вимагає постійного відведення значної кількості тепла. В зимовий період при низьких температурах навколишнього середовища втрати тепла можуть компенсувати це тепловиділення, тоді необхідно включати додаткове підогрівання для забезпечення оптимальної температури синтезу біомаси.

Біохімічний реактор – багатопараметричний багатозв'язний ТОК.

*Регульовані величини:*

- концентрація біомаси в апараті (і на виході з нього),  $x$ ;
- температура в реакторі,  $\theta$ ;
- рН суспензії в реакторі,  $pH$ ;
- рівень (робочий об'єм) суспензії в реакторі,  $V$ ;

- витрата солей живлення,  $F_{сж}$ .

Керуючі дії відповідно:

- витрата субстрату,  $F_c$ ;
- витрата холодоагента (в літній період),  $F_B$ ;
- витрата аміачної води,  $F_{ab}$ ;
- витрата суспензії з біохімічного реактора,  $F_s$ ;
- витрата солей живлення,  $F_{сж}$ .

Приймемо додаткові припущення:

1. Робочий об'єм суспензії в реакторі  $V$  і  $pH$  приймаємо постійними, що забезпечується окремими системами стабілізації з відповідними керуючими діями.
2. Витрата солей живлення  $F_{сж}$  підтримується пропорційною витраті РВ, тобто добутку  $F_c \cdot s_0$ .
3. Лімітуючим фактором (тобто тим, що визначає швидкість процесу) при вирощуванні біомаси є концентрація РВ в субстраті, інші матеріальні потоки присутні в надлишку;
4. Оптимальна температура в реакторі для проведення процесу визначається мікробіологічним складом і є відомою.

Нас цікавить процес регулювання  $x$  і  $\Theta$  за допомогою керуючих дій  $F_c$  і  $F_B$  відповідно, з врахуванням збурення  $s_0$ .

Параметром стану (проміжною змінною) є і концентрація РВ в апараті (і на виході з нього)  $s$ , яка визначає швидкість утворення біомаси згідно рівняння Моно..

Основним збуренням є концентрація РВ в субстраті на вході в біохімічний реактор  $s_0$ , яка визначається попереднім технологічним процесом гідролізу рослинної сировини.

Основною акумулюючою ємністю є ємність суспензії в біохімічному реакторі (БХР). Для неї складемо рівняння матеріальних балансів по утвореній біомасі та РВ. Тепловий баланс для цієї ж ємності визначатиме

динаміку температури  $\Theta$  в ній.

### 7.3 Рівняння балансів

Розрахункова схема БХР, наведена на рис.7.1. На ньому присутні наступні позначення витрат:

$F_c$  – витрата субстрату,

$F_p$  – витрата води на розбавлення субстрату,

$F_{сж}$  – витрата солей живлення,

$F_{ab}$  – витрата аміачної води,

$F_n$  – витрата повітря

$F_k$  – витрата чистої культури мікроорганізмів

$F_B$  - витрата води на охолодження БХР.

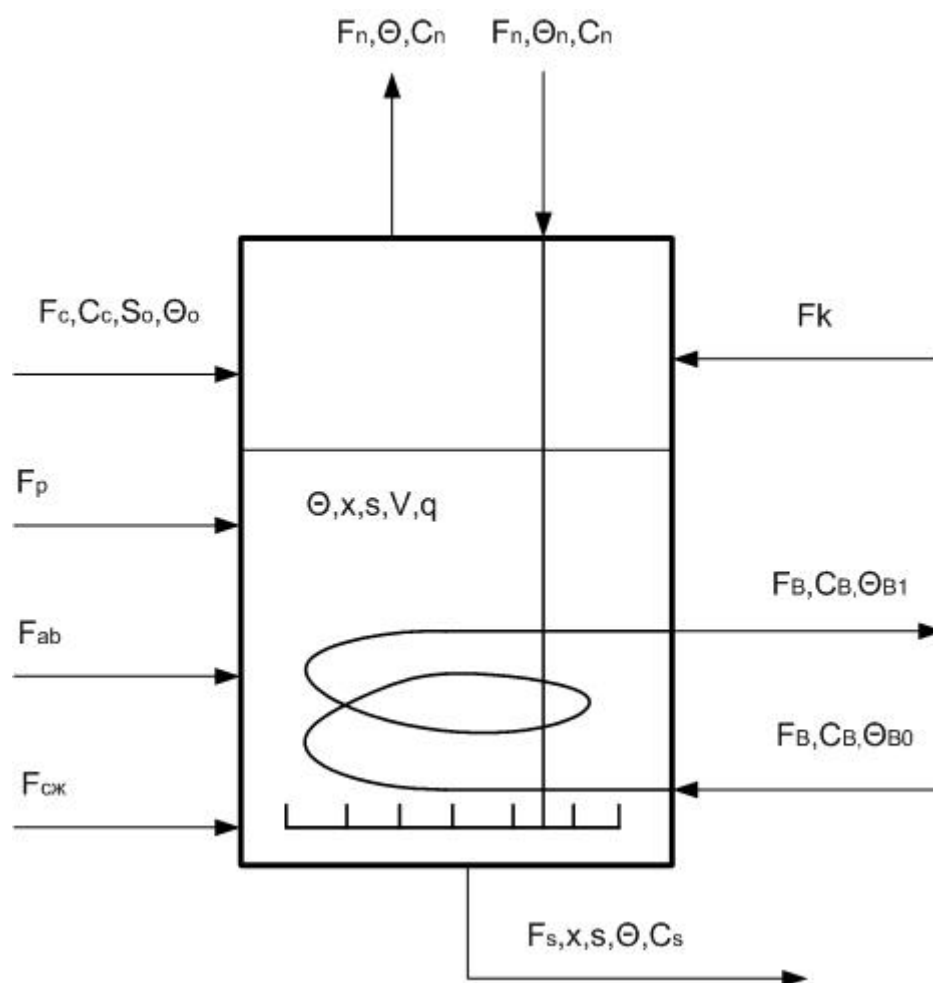


Рис.7.1 Розрахункова схема БХР:  $\Theta_0$ ,  $\Theta_n$ ,  $\Theta_{B0}$ ,  $\Theta_{B1}$ ,  $\Theta$  – температури відповідно субстрату, повітря і води охолодження на вході в БХР, води охолодження і суспензії на виході з БХР;  $c_c$ ,  $c_n$ ,  $c_B$ ,  $c_s$  – питомі теплоємності

субстрату, повітря, води охолодження і суспензії відповідно

З БХР виходить суспензія, витрату якої можна оцінити як суму

$$F_s = F_c + F_p + F_{сж} + F_{ab} + F_k = \Sigma F \quad (7.1)$$

В процесі розрахунків витратами  $F_{сж}$ ,  $F_k$  і  $F_{ab}$  можна нехтувати, бо вони на порядок менші за  $F_c$ .

Витрата води для розбавлення субстрату  $F_p$  призначена для підтримання заданої оптимальної концентрації РВ в субстраті  $s_{01}$ , яка визначається типом продуцента і видом початкової сировини, з якої шляхом гідролізу отримують субстрат, і є постійною для кожного конкретного виробництва.

Тому приблизно можна оцінити

$$F_s = F_c + F_p = \Sigma F = F_c * \frac{s_0}{s_{01}} \quad (7.2)$$

Повітря, що виходить в атмосферу, можна допустити, має ту ж витрату, що і на вході,  $F_n$ , оскільки в ньому відбувається тільки незначна зміна якісного складу: кисень витрачається, а йде виділення двоокису вуглецю.

### 7.3.1. Матеріальний баланс для біомаси

Збільшення біомаси, тобто її ріст виражається наступною залежністю

$$G_B = \mu * x * V \quad (7.3)$$

де  $\mu$  - питома швидкість росту біомаси,  $1/c$ ;

$x$  - концентрація біомаси,  $кг/м^3$ ;

$V$  - робочий об'єм апарату,  $м^3$ ;

Відбір біомаси виражається наступною формулою:

$$G_B = \Sigma F * x, \quad (7.4)$$

$x$  - концентрація біомаси,  $кг/м^3$ .

Зміна накопичення біомаси в БХР в часі:

$$V * \frac{dx}{dt} \quad (7.5)$$

Враховуючи (7.1), (7.3) - (7.5), матеріальний баланс по біомасі складатиме:

$$\mu * x * V - \sum F * x = V * \frac{dx}{dt} \quad (7.6)$$

Поділивши всі складові рівняння (7.6) на робочий об'єм  $V$ , отримаємо:

$$\left(\mu - \frac{\sum F}{V}\right) * x = \frac{dx}{dt} \quad (7.7)$$

Вираз  $\frac{\sum F}{V} = D$  відомий як *швидкість розбавлення*, він характеризує сумарну витрату потоків в БХР на одиницю його об'єму. Тоді вираз (7.7) приймає вигляд:

$$(\mu - D) * x = \frac{dx}{dt} \quad (7.8)$$

З останнього рівняння видно, що для статичного режиму  $\mu = D$ .

Питома швидкість росту залежить (рівняння Моне) від концентрації РВ в суспензії  $s$ :

$$\mu = \frac{\mu_m * S}{S + K_s}, \quad (7.9)$$

де  $\mu_m$  - максимальна питома швидкість росту,  $1/c$

$s$  - концентрація РВ в суспензії,  $кг/м^3$

$K_s$  – константа, що чисельно дорівнює концентрації РВ в суспензії, при якій швидкість росту біомаси дорівнює половині від максимальної.

Враховуючи (7.9), рівняння балансу біомаси (7.7) матиме вид:

$$\left(\frac{\mu_m * S}{S + K_s} - \frac{\sum F}{V}\right) * x = \frac{dx}{dt} \quad (7.10)$$

### 7.3.2 Матеріальний баланс для РВ

Витрата РВ, що поступають в БХР:

$$F_c * S_0 \quad (7.11)$$

Витрата РВ в потоці суспензії, що виходить з БХР:

$$\sum F * s \quad (7.12)$$

РВ, затрачені на синтез біомаси:

$$V * \mu * x * \frac{1}{Y} \quad (7.13)$$

де  $Y$  – економічний коефіцієнт,  $кг$  біомаси/ $кг$  РВ.

Зміна накопичення РВ в суспензії:

$$V * \rho * \frac{ds}{dt} \quad (7.14)$$

Враховуючи вирази (7.9), (7.11) – (7.14), рівняння матеріального балансу по РВ буде мати вид:

$$F_c * S_0 - \sum F * s - V * \frac{\mu_m * S}{S + K_s} * x * \frac{1}{Y} = V * \rho * \frac{ds}{dt} \quad (7.15)$$

### 7.3.3 Рівняння теплового балансу

Тепло, внесене в БХР рідинними потоками, використовуючи (7.1) і (7.2), а також середні значення фізичних параметрів цих потоків ( $\rho$ ,  $c$ ,  $\Theta_0$ ):

$$F_c * \frac{s_0}{s_{01}} * \rho * c * \Theta_0 \quad (7.16)$$

Тепло, винесене з БХР потоком суспензії

$$F_c * \frac{s_0}{s_{01}} * \rho * c * \Theta \quad (7.17)$$

Різниця потоків тепла, що виносяться і вносяться в БХР з потоком води охолодження

$$F_{BC} c_B \rho_B (\Theta_{B1} - \Theta_{B0}) \quad (7.18)$$

де  $c_B$  і  $\rho_B$  - питома теплоємність і густина води охолодження.

Тепло, що виділяється при синтезі біомаси

$$V * \frac{\mu_m * S}{S + K_s} * x q \quad (7.19)$$

Тепло, що втрачається в навколишнє середовище

$$KS(\Theta - \Theta_n) \quad (7.20)$$

де  $K$  і  $S$  – коефіцієнт теплопередачі та поверхня теплообміну з навколишнім середовищем.

Різниця потоків тепла, що виносяться з БХР і вносяться в нього разом з повітрям:

$$F_n c_n \rho_n (\Theta - \Theta_n) \quad (7.21)$$

де  $\rho_n$  - густина повітря.

Зміна накопиченого за час  $dt$  тепла в рідинному середовищі БХР:

$$V \rho c \frac{d\Theta}{dt} \quad (7.22)$$



Враховуючи (7.16) – (7.22), рівняння теплового балансу для БХР буде:

$$F_c * \frac{s_0}{s_{01}} * \rho * c * (\Theta_0 - \Theta) - F_{BC} \rho_B (\Theta_{B1} - \Theta_{B0}) + V * \frac{\mu_m * S}{S + K_s} x q - KS(\Theta - \Theta_n) - F_n c_n \rho_n (\Theta - \Theta_n) = V \rho c \frac{d\Theta}{dt} \quad (7.23)$$

Система рівнянь (7.10), (7.15) і (7.23) представляють собою математичну модель динаміки параметрів БХР.

Рівняння статичного режиму отримуємо із рівнянь динаміки матеріальних і теплового балансів шляхом прирівнювання до 0 похідних по часу.

#### 7.4 Лінеаризація рівнянь динаміки

Змінними параметрами, що підлягають лінеаризації, є:

- Регульовані параметри  $x$ ,  $\Theta$ ;
- Керуючі дії  $F_c$ ,  $F_B$ ;
- Збурення  $s_0$ ;
- Параметр стану (проміжна змінна)  $s$ .

Лінеаризація рівнянь (7.10), (7.15) і (7.23) проводиться в точці основного статичного режиму (параметри наведені в таблиці 7.1, всі частинні похідні обчислюються за цими параметрами).

Для отримання рівнянь у відхиленнях (лінеаризованих) приймаємо:

$$x(t) = x_0 + \Delta x(t);$$

$$\Theta(t) = \Theta_0 + \Delta \Theta(t);$$

$$F_c(t) = F_{c0} + \Delta F_c(t);$$

$$F_B(t) = F_{B0} + \Delta F_B(t);$$

$$s_0(t) = s_{00}(t) + \Delta s_0(t);$$

$$s(t) = s_0 + \Delta s(t). \quad (7.24)$$

##### 7.4.1 Лінеаризація рівняння матеріального балансу по біомасі

При лінеаризації рівняння (7.10) враховуємо співвідношення (7.2), тобто лінеаризуємо вираз

$$\left( \frac{\mu_m * S}{s + K_s} - F_c * \frac{s_0}{V s_{01}} \right) * x = \frac{dx}{dt} \quad (7.25)$$

Внаслідок лінеаризації рівняння (7.25) отримаємо нове рівняння у відхиленнях:

$$\Delta x(t) \cdot \left( \frac{\mu_m * S}{s + K_s} - \frac{F_c s_0}{V s_{01}} \right) \Big|_0 + \Delta s(t) \cdot \frac{\mu_m * K_s * x}{(s + K_s)^2} \Big|_0 - \Delta F_c(t) \cdot \frac{s_0 x}{V s_{01}} \Big|_0 - \Delta s_0(t) \cdot \frac{F_c x}{V s_{01}} \Big|_0 = \frac{d\Delta x(t)}{dt} \quad (7.26)$$

Враховуючи, що коефіцієнт при  $\Delta x(t)$  дорівнює 0 і провівши наступні позначення

$$K_{sx} = \frac{\mu_m * K_s * x}{(s + K_s)^2}; K_{F_c x} = \frac{s_0 x}{V s_{01}}; K_{s_0 x} = \frac{F_c x}{V s_{01}}, \quad (7.27)$$

Отримаємо лінеаризоване рівняння:

$$\frac{d\Delta x(t)}{dt} = K_{sx} \cdot \Delta s(t) - K_{F_c x} \cdot \Delta F_c(t) - K_{s_0 x} \cdot \Delta s_0(t) \quad (7.28)$$

#### 7.4.2 Лінеаризація рівняння матеріального балансу по РВ

Враховуючи (7.2), рівняння балансу (7.15) матиме вид:

$$F_c * s_0 \left( 1 - \frac{s}{s_{01}} \right) - V * \frac{\mu_m * S}{s + K_s} * x * \frac{1}{Y} = V * \rho * \frac{ds}{dt} \quad (7.29)$$

Внаслідок лінеаризації рівняння (7.29) отримаємо нове рівняння у відхиленнях:

$$\Delta F_c(t) \cdot s_0 \left( 1 - \frac{s}{s_{01}} \right) \Big|_0 + \Delta s_0(t) \cdot F_c \left( 1 - \frac{s}{s_{01}} \right) \Big|_0 - \Delta s(t) \cdot \left( F_c \frac{s_0}{s_{01}} - \frac{V x}{Y} \frac{\mu_m K_s}{(s + K_s)^2} \right) \Big|_0 - \Delta x(t) \cdot \frac{V \mu_m K_s}{Y (s + K_s)} \Big|_0 = V \rho \frac{d\Delta s(t)}{dt} \quad (7.30)$$

Поділимо усі складові цього рівняння на коефіцієнт при  $\Delta s(t)$  і введемо наступні позначення

$$A = \left( F_c \frac{s_0}{s_{01}} - \frac{Vx}{Y} \cdot \frac{\mu_m K_s}{(s + K_s)^2} \right) \Big|_0, \quad T = \frac{V\rho}{A}, \quad K_{F_c s} = \frac{s_0 \left(1 - \frac{s}{s_{01}}\right)}{A} \Big|_0, \quad K_{x_s} = \frac{V}{YA} \cdot \frac{\mu_m K_s}{s + K_s} \Big|_0, \quad K_{s_0 s} = \frac{1}{A} F_c \left(1 - \frac{s}{s_{01}}\right) \Big|_0. \quad (7.31)$$

З врахуванням (7.31) лінеаризоване рівняння (7.30) матиме вигляд

$$T \frac{d\Delta s(t)}{dt} + \Delta s(t) + K_{x_s} \Delta x(t) = K_{F_c s} \Delta F_c + K_{s_0 s} \Delta s_0(t) \quad (7.32)$$

### 7.4.3 Лінеаризація рівняння теплового балансу

Лінеаризувавши рівняння теплового балансу (7.23) відносно прийнятих змінних, отримаємо:

$$\Delta F_c \cdot \frac{s_0}{s_{01}} \rho c (\theta_0 - \theta) - \Delta \theta \cdot \left( F_c \frac{s_0}{s_{01}} \rho c + KS + F_n c_n \rho_n \right) + \Delta s_0 \cdot \left[ F_c \frac{\rho c}{s_{01}} (\theta_0 - \theta) \right] + \Delta F_B \cdot c_B (\theta_{B1} - \theta_{B0}) + \Delta s \cdot Vxq \frac{\mu_m K_s}{(s + K_s)^2} + \Delta x \cdot V \frac{\mu_m^* s}{s + K_s} q = V \rho c \frac{d\theta}{dt} \quad (7.33)$$

Введемо позначення:

$$B = F_c \frac{s_0}{s_{01}} \rho c + KS + F_n c_n \rho_n;$$

$$T_\theta = \frac{V \rho c}{B}; \quad K_{F_c \theta} = \frac{s_0 \rho c (\theta_0 - \theta)}{B s_{01}}; \quad K_{s_0 \theta} = F_c \frac{\rho c (\theta_0 - \theta)}{B s_{01}}; \quad K_{F_B \theta} = \frac{c_B (\theta_{B1} - \theta_{B0})}{B};$$

$$K_{s \theta} = Vxq \frac{\mu_m K_s}{B (s + K_s)^2}; \quad K_{x \theta} = Vxq \frac{\mu_m K_s}{(s + K_s)^2 B}.$$

$$(7.34)$$

Рівняння (7.33) з врахуванням (7.34) буде мати вид:

$$T_\theta \frac{d\Delta \theta(t)}{dt} + \Delta \theta(t) - K_{s_0 \theta} \cdot \Delta s(t) - K_{x \theta} \cdot \Delta x(t) = K_{F_c \theta} \cdot \Delta F_c(t) - K_{F_B \theta} \cdot \Delta F_B(t) \quad (7.35)$$

Система рівнянь (7.28), (7.32) і (7.35) є математичною моделлю БХР у відхиленнях змінних параметрів від статичного режиму.

### 7.5 Перетворення за Лапласом змінної часу

Для отримання передатних функцій за каналами керування і збурення перетворимо за Лапласом змінну часу  $t \rightarrow p$  при нульових початкових умовах (статичний режим має нульові значення відхилень) в рівняннях балансів (7.28), (7.32) і (7.35), тобто:

$$\begin{aligned} \Delta x(t) &\rightarrow x(p); \\ \Delta \theta(t) &\rightarrow \theta(p); \\ \Delta F_c(t) &\rightarrow F_c(p); \\ \Delta F_B(t) &\rightarrow F_B(p); \\ \Delta s_0(t) &\rightarrow s_0(p); \\ \Delta s(t) &\rightarrow s(p). \end{aligned} \tag{7.36}$$

В результаті отримуємо систему лінійних рівнянь:

$$p \cdot x(p) - K_{sx} \cdot s(p) = -K_{Fcx} \cdot F_c(p) - K_{s_0x} \cdot s_0(p) \tag{7.37}$$

$$K_{xs} \cdot x(p) + (Tp + 1) \cdot s(p) = K_{Fcs} \cdot F_c(p) + K_{s_0s} \cdot s_0(p) \tag{7.38}$$

$$-K_{x\theta} \cdot x(p) - K_{s\theta} \cdot s(p) + (T_\theta p + 1) \cdot \theta(p) = K_{F_c\theta} \cdot F_c(p) - K_{F_B\theta} \cdot F_B(p) + K_{s_0\theta} \cdot s_0(p) \tag{7.39}$$

## 7.6 Передатні функції за каналами керування $F_c \rightarrow x$ та збурення $s_0 \rightarrow x$

Лінійна система рівнянь (7.37) - (7.39) складає математичну модель БХР в формі перетвореного за Лапласом часу.

Для отримання передатних функцій  $W_{Fcx}(p)$  та  $W_{s_0x}(p)$  необхідно з цієї системи рівнянь визначити регульовану величину  $x(p)$  як функцію збурення  $s_0(p)$  та керуючої дії  $F_c(p)$ :

$$x(p) = W_{Fcx}(p) \cdot F_c(p) + W_{s_0x}(p) \cdot s_0(p) \tag{7.40}$$

Рішення цієї системи рівнянь отримуємо за методом Крамера.

Детермінант системи рівнянь (7.37) - (7.39):

$$\nabla = \begin{vmatrix} p & -K_{sx} & 0 \\ K_{xs} & (Tp + 1) & 0 \\ -K_{x\theta} & -K_{s\theta} & (T_\theta p + 1) \end{vmatrix} = (T_\theta p + 1)[p(Tp + 1) + K_{sx} \cdot K_{xs}]$$

(7.41)

Вектор-стовпці коефіцієнтів при керуючій дії та збуренні:

$$F_c = \begin{bmatrix} -K_{F_c x} \\ K_{F_c s} \\ K_{F_c \theta} \end{bmatrix}; \quad s_0 = \begin{bmatrix} -K_{s_0 x} \\ K_{s_0 s} \\ K_{s_0 \theta} \end{bmatrix}; \quad F_B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -K_{F_B \theta} \end{bmatrix}. \quad (7.42)$$

Доповнення для  $F_c$ :

$$\nabla F_c = \begin{bmatrix} -K_{F_c x} & -K_{sx} & 0 \\ K_{F_c s} & (Tp + 1) & 0 \\ K_{F_c \theta} & -K_{s\theta} & (T_\theta p + 1) \end{bmatrix} = \\ (T_\theta p + 1)[K_{F_c s} \cdot K_{sx} - K_{F_c x}(Tp + 1)] \quad (7.43)$$

Доповнення для  $s_0$ :

$$\nabla s_0 = \begin{bmatrix} -K_{s_0 x} & -K_{sx} & 0 \\ K_{s_0 s} & (Tp + 1) & 0 \\ K_{s_0 \theta} & -K_{s\theta} & (T_\theta p + 1) \end{bmatrix} = \\ (T_\theta p + 1)[K_{sx} \cdot K_{s_0 s} - K_{s_0 x}(Tp + 1)]. \quad (7.44)$$

Передатна функція за каналом керування  $F_c \rightarrow x$  :

$$W_{F_c x}(p) = \frac{x(p)}{F_c(p)} = \frac{\nabla F_c}{\nabla} = \frac{(T_\theta p + 1)[K_{F_c s} \cdot K_{sx} - K_{F_c x}(Tp + 1)]}{(T_\theta p + 1)[p(Tp + 1) + K_{sx} \cdot K_{xs}]} = \frac{K_{F_c s} \cdot K_{sx} - K_{F_c x}(Tp + 1)}{p(Tp + 1) + K_{sx} \cdot K_{xs}} \quad (7.45)$$

Передатна функція за каналом збурення  $s_0 \rightarrow x$  :

$$W_{s_0 x}(p) = \frac{x(p)}{s_0(p)} = \frac{\nabla s_0}{\nabla} = \frac{(T_\theta p + 1)[K_{sx} \cdot K_{s_0 s} - K_{s_0 x}(Tp + 1)]}{(T_\theta p + 1)[p(Tp + 1) + K_{sx} \cdot K_{xs}]} = \frac{K_{sx} \cdot K_{s_0 s} - K_{s_0 x}(Tp + 1)}{p(Tp + 1) + K_{sx} \cdot K_{xs}}. \quad (7.46)$$

## 7.7 Параметри основного статичного режиму

Для визначення коефіцієнтів рівнянь та передатних функцій використовуються значення параметрів в основному статичному режимі, які наведені в таблиці 7.1

Таблиця 7.1

Значення параметрів в основному статичному режимі

№ п/п	Назва	Позначення	Одиниці вимірюв.	Значення
1	Витрата субстрату	$F_c$	м <sup>3</sup> /год	40
2	Витрата води на розбавлення субстрату	$F_p$	м <sup>3</sup> /год	10
3	Витрата солей живлення	$F_{сж}$	м <sup>3</sup> /год	0,8
4	Витрата аміачної води	$F_{ab}$	м <sup>3</sup> /год	0,1
5	Витрата повітря	$F_n$	м <sup>3</sup> /год	10000
6	Витрата чистої культури мікроорганізмів	$F_k$	м <sup>3</sup> /год	періодич
7	Витрата води на охолодження БХР	$F_B$	м <sup>3</sup> /год	знаходиться з балансу тепла
8	Робочий об'єм БХР (рідини)	$V$	м <sup>3</sup>	200
9	Температура в БХР	$\Theta$	град. С	37
10	Концентрація РВ в субстраті	$s_0$	%	2,3
11	Концентрація РВ після розбавлення	$s_{01}$	%	1,84
12	Концентрація РВ в БХР	$s$	%	0,15
13	Концентрація абсолютно сухої біомаси (а.с.б.)	$x$	г/л	8
14	Вихід біомаси з РВ	$Y$	%	48
15	Поверхня теплообміну	$S$	м <sup>2</sup>	250
16	Питоме тепловиділення	$q$	кдж/кг а.с.б.	12
17	Коефіцієнт в рівнянні Моно	$\mu_m$	год <sup>-1</sup>	0,508
18	Параметр в рівнянні Моно	$K_s$	кг/м <sup>3</sup>	1,5
19	Температура зовнішнього повітря	$\Theta_n$	град. С	20
20	Температура субстрату на вході в БХР	$\Theta_0$	град. С	40
21	Густина повітря	$\rho_n$	кг/м <sup>3</sup>	1,293
22	Густина води	$\rho_B$	кг/м <sup>3</sup>	1000
23	Густина субстрату	$\rho$	кг/м <sup>3</sup>	1020
24	Питома теплоємність повітря	$c_n$	кдж/кг·град	0,939

25	Питома теплоємність води	$c_B$	кдж/кг·град	4,187
26	Питома теплоємність суспензії і субстрату	$c$	кдж/кг·град	4,190
27	Температура води охолодження на вході в БХР	$\theta_{B0}$	град.С	15
28	Температура води охолодження на виході з БХР	$\theta_{B1}$	град.С	25
29	Коефіцієнт теплопередачі з зовнішнім середовищем	$K$	кдж/м <sup>2</sup> ·год·град	40